

Funkcje analityczne
semestr zimowy 2019/2020
zadania na ćwiczenia, tydzień 4.

Michał Kotowski

Zadanie 1. Niech $z \in \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0] =: U$. Przez $\text{Arg}z$ oznaczamy jedyną liczbę rzeczywistą $\theta \in (-\pi, \pi)$, dla której $z = |z|e^{i\theta}$. Sprawdzić, że funkcje

$$\text{Log}z := \log |z| + i\text{Arg}z$$

oraz

$$\exp(x + iy) := e^x \cos y + ie^x \sin y$$

są holomorfczne w U i dla $z \in U$ zachodzi tożsamość $\exp(\text{Log}z) = \text{Log}(\exp(z)) = z$.

Zadanie 2. Znaleźć obraz prostokąta $R = \{z \in \mathbb{C} : a < \Re z < b, -\pi < \Im z < \pi\}$ przy przekształceniu $z \mapsto e^z$.

Zadanie 3. Znaleźć obraz prostokąta $R = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \Re z < \frac{\pi}{2}, 0 < \Im z < a\}$ przy przekształceniu $z \mapsto \sin z$. Czy przekształcenie to jest konforemne?