

Analiza matematyczna I.2
semestr letni 2024/2025
zadania na ćwiczenia, 3 VI 2025

Michał Kotowski

Zadanie 1. Rozpatrzmy funkcję $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadaną wzorem

$$f(x) = \int_x^{\sqrt{x^2+1}} \sin t^2 dt.$$

Wyznaczyć $f'(x)$.

Zadanie 2. Niech $f(0) = 0$ i $f(x) = \frac{x}{|x|}$ dla $x \neq 0$. Czy istnieje taka funkcja $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $F'(x) = f(x)$? Jeśli tak, znaleźć ją.

Zadanie 3. Obliczyć granice:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2xe^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \int_x^1 \frac{\cos t}{t^2} dt$$

Zadanie 4. Wyznaczyć wprost z definicji całki Riemanna całki oznaczone:

(a)

$$\int_0^1 x^2 dx$$

(b)

$$\int_0^\pi \sin x dx$$

(c)

$$\int_0^{10} 2^x dx$$