

Analiza matematyczna I.2
semestr letni 2024/2025
zadania na ćwiczenia, 15 IV 2025

Michał Kotowski

Zadanie 1. Z badać, dla jakich $p > 0$ ciąg f_n zadany wzorem

$$f_n(x) = \frac{nx^p}{(x+1)^n}.$$

jest zbieżny jednostajnie na przedziale $[0, \infty)$.

Zadanie 2. Załóżmy, że ciągi funkcji $f_n, g_n : A \rightarrow \mathbb{R}$ zbiegają jednostajnie odpowiednio do funkcji f i g . Wykazać, że jeśli f i g są ograniczone, to $f_n g_n \rightrightarrows fg$. Podać przykład, że zbieżność może nie zachodzić bez założenia o ograniczoności f i g .

Zadanie 3. Z badać zbieżność punktową poniższych szeregów funkcyjnych oraz ciągłość funkcji granicznej:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \sin nx}{n!}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} n2^n x^n$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n^2}$