25.10.2024

Analiza Matematyczna I, gr. 109

Zadanie 1. W obu poniższych scenariuszach dana jest pewna rodzina zdań. Określ, czy w opisanej sytuacji uprawniona jest konkluzja, że wszystkie zdania z danej rodziny są prawdziwe.

a) O rodzinie zdań $A(1), A(2), A(3), \ldots$ wiadomo, że:

- zdania $A(1)$ i $A(2)$ są prawdziwe;
- jeśli $A(n)$ jest prawdziwe, to $A(n+2)$ jest prawdziwe.

b) O rodzinie zdań $B(1), B(2), B(3), \ldots$ wiadomo, że:

- zdanie $B(1)$ jest prawdziwe;
- jeśli $B(n)$ jest prawdziwe, to $B(2n)$ jest prawdziwe.

Zadanie 2. Wykazać, że dla *od pewnego miejsca* zachodzi nierówność $2^n \geqslant 6n + 3$. Innymi słowy, wskazać odpowiednią liczbę naturalną n_0 i udowodnić, że nierówność $2^n \geqslant 6n+3$ jest prawdziwa dla wszystkich $n \geqslant n_0$.

25.10.2024

Analiza Matematyczna I, gr. 112

Zadanie 1. W obu poniższych scenariuszach dana jest pewna rodzina zdań. Określ, czy w opisanej sytuacji uprawniona jest konkluzja, że wszystkie zdania z danej rodziny są prawdziwe.

a) O rodzinie zdań $A(1), A(2), A(3), \ldots$ wiadomo, że:

- zdanie $A(1)$ jest prawdziwe;
- jeśli $A(n)$ jest prawdziwe, to $A(n+2)$ jest prawdziwe.

b) O rodzinie zdań $B(1), B(2), B(3), \ldots$ wiadomo, że:

- prawdziwe są zdania $B(1), B(2), B(4), B(8), \ldots$;
- jeśli $B(n)$ jest prawdziwe i $n > 1$, to $B(n-1)$ jest prawdziwe.

Zadanie 2. Wykazać, że dla *od pewnego miejsca* zachodzi nierówność $3^n \geqslant 10n + 5$. Innymi słowy, wskazać odpowiednią liczbę naturalną n_0 i udowodnić, że nierówność $3^n \geqslant 10n + 5$ jest prawdziwa dla wszystkich $n \geqslant n_0$.