

1. (104) Udowodnij, że język $\{ww : w \in \{a, b\}^*\}$ nie jest bezkontekstowy, ale jego dopełnienie jest językiem bezkontekstowym.
2. (133) Dany jest automat ze stosem rozpoznający język L oraz automat skończony rozpoznający język K . Skonstruuj automaty ze stosem rozpoznające języki:
 - (a) $L \cap K$
 - (b) $K^{-1}L = \{v : \exists w \in K. vw \in L\}$
3. (131) Dany jest automat ze stosem rozpoznający język L . Skonstruuj automaty ze stosem rozpoznające następujące języki:
 - (a) $\text{Prefix}(L) = \{w : \exists v. wv \in L\}$
 - (b) $L^R = \{w^R : w \in L\}$
 - (c) $\text{Cycle}(L) = \{uw : wu \in L\}$
4. (139) Podaj przykład języka bezkontekstowego L takiego, że język

$$\frac{1}{2}L = \{w : \exists v. |w| = |v|, wv \in L\}$$
 nie jest bezkontekstowy.
5. (144) Podaj przykład języka bezkontekstowego L takiego, że język

$$\sqrt{L} = \{w : ww \in L\}$$
 nie jest bezkontekstowy.
6. (156) Udowodnij, że każdy język bezkontekstowy nad alfabetem jednoliterowym jest regularny.
7. Dany jest graf skierowany z dwoma wyróżnionymi wierzchołkami. Udowodnij, że zbiór długości wszystkich skierowanych ścieżek pomiędzy tymi wierzchołkami jest semiliniowy.
8. Niech $X \subseteq \mathbb{N}$ będzie dowolnym (skończonym lub nieskończonym) podzbiorem liczb naturalnych. Udowodnij, że $X^* = \{x_1 + \dots + x_k : k \in \mathbb{N}, x_1, \dots, x_k \in X\}$ jest zbiorem semiliniowym.
9. Znajdź zbiór $X \subseteq \mathbb{N}^2$ taki, że X^* nie jest zbiorem semiliniowym.
10. Udowodnij, że rodzina zbiorów semiliniowych jest zamknięta na:
 - (a) sumy
 - (b) * przecięcia
 - (c) ** dopełnienia
11. Niech $M \subseteq \mathbb{N}$ będzie zbiorem semiliniowym. Udowodnij, że

$$\{\text{bin}(n) : n \in M\}$$
 jest językiem regularnym nad $\{0, 1\}$.