

1. Udowodnij, że język $\{a^i b^j a^i b^j : i, j \geq 1\}$ nie jest bezkontekstowy.
2. Udowodnij, że język $\{ww : w \in \{a, b\}^*\}$ nie jest bezkontekstowy, ale jego dopełnienie jest językiem bezkontekstowym.
3. Rozstrzygnij, które z poniższych języków są bezkontekstowe:
 - (a) $\{a^i b^j c^k : j = \max\{i, k\}\}$
 - (b) $\{a^i b^j : i \leq j \leq 2i\}$
 - (c) $\{a^i b^i c^j : i \neq j\}$
4. Dany jest automat ze stosem rozpoznający język L oraz automat skończony rozpoznający język K . Skonstruuj automaty ze stosem rozpoznające języki:
 - (a) $L \cap K$
 - (b) $K^{-1}L = \{v : \exists w \in K. vw \in L\}$
5. Udowodnij, że język palindromów nad $\{a, b\}$ nie jest rozpoznawany przez deterministyczny automat ze stosem.
6. Podaj przykład języka bezkontekstowego L takiego, że język

$$\frac{1}{2}L = \{w : \exists v. |w| = |v|, vw \in L\}$$

nie jest bezkontekstowy.

7. Podaj przykład języka bezkontekstowego L takiego, że język

$$\sqrt{L} = \{w : ww \in L\}$$

nie jest bezkontekstowy.