

Udowodnij, że następujące problemy są NP-zupełne:

1. (*problem zbioru niezależnego*) Dany jest graf  $G$  oraz liczba naturalna  $n$ . Czy istnieje zbiór  $n$  wierzchołków grafu  $G$  takich, że żadne dwa nie są połączone krawędzią?
2. (*problem klik*) Dany jest graf  $G$  oraz liczba naturalna  $n$ . Czy  $G$  zawiera jako podgraf (indukowany) klikę rozmiaru  $n$ ?
3. (*pokrycie wierzchołkowe*) Dla grafu  $G = (V, E)$  oraz liczby naturalnej  $n$  rostrzygnąć, czy istnieje podzbiór wierzchołków  $V' \subseteq V$  wielkości co najwyżej  $n$ , że dla każdej krawędzi  $(u, v) \in E$  mamy  $u \in V'$  lub  $v \in V'$ .
4. (*cykl Hamiltona*) Dany jest graf skierowany. Czy istnieje w nim cykl Hamiltona?
5. (*problem sumy podzbiorów*) Dany jest multizbiór liczb całkowitych. Czy istnieje jego podzbiór o sumie elementów 0?
6. (*problem komiwojażera*) Dana jest liczba naturalna  $n$  oraz graf skierowany z wagami na krawędziach, które są liczbami naturalnymi. Czy istnieje ścieżka o sumie wag co najwyżej  $n$ , która przechodzi przez wszystkie wierzchołki?

*Uwaga! Zakładamy, że wszystkie liczby są dane w zapisie binarnym.*