

Kilka zadań z Układów Dynamicznych

2 kwietnia 2014

Ósma seria

Zadanie 1. Określamy funkcję $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{dla } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2 - 2x & \text{dla } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

Wykazać, że f ma orbity okresowe o wszystkich okresach.

Zadanie 2. Określamy funkcję

$f_1: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ wzorem:

$$f_1(x) = \begin{cases} 2x & \text{dla } 0 \leq x \leq \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \text{dla } \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3} \\ 2 - 2x & \text{dla } \frac{2}{3} < x \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

Wykazać, że f ma punkt stały, ale nie ma orbit okresowych o wyższych okresach.

Zadanie 3. Określamy funkcję

$f_2: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ wzorem:

$$f_2(x) = \begin{cases} 2x & \text{dla } 0 \leq x \leq \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & \text{dla } \frac{2}{5} \leq x \leq \frac{3}{5} \\ 2 - 2x & \text{dla } \frac{3}{5} < x \leq 1 \end{cases} \quad (3)$$

Wykazać, że f ma punkt stały: $\frac{2}{3} \mapsto \frac{2}{3}$ oraz orbitę o okresie 2: $\frac{2}{5} \mapsto \frac{4}{5} \mapsto \frac{2}{5}$, ale nie ma orbit okresowych o wyższych okresach.

Zadanie 4. Niech $f(x) = 4x(1 - x)$ dla $x \in [0, 1]$, $g(x) = 1 - 2|x - \frac{1}{2}|$ dla $x \in [0, 1]$, $\varphi(x) = 1 - 2x^2$, dla $x \in [-1, 1]$.

Czy przekształcenia f , g , φ są topologicznie sprzężone?

Jeśli jakies dwa są, to czy są też gładko sprzężenie?