Warunki wystarczające do otrzymania oceny niedostatecznej z AM 2.2

1. Nieznajomość definicji normy.
2. Nieznajomość definicji zbioru zwartego lub zbioru spójnego.
3. Nieznajomość podstawowych własności funkcji ciągłych na zbiorze zwartym (np. osiąganie kresów, jednostajna ciągłość) lub na zbiorze spójnym (np. własność Darboux).
4. Nieznajomość dowodu ciągłości przekształcenia liniowego lub definicji jego normy.
5. Nieznajomość definicji różniczki odwzorowania z $\mathbb{R}^k$ w $\mathbb{R}^l$.
6. Nieznajomość definicji pochodnej cząstkowej lub nieumiejętność jej znalezienia w prostych przypadkach lub nieumiejętność znalezienia różniczki odwzorowania, którego pochodne cząstkowe w danym punkcie są znane.
7. Nieznajomość definicji gradientu.
8. Nieznajomość wzoru na pochodną złożenia lub pochodną odwzorowania odwrotnego.
9. Nieznajomość twierdzenia Lagrange'a o wartości średniej (np. stosowanie go w przypadku zbiorów niespójnych).
10. Nieznajomość sformułowania twierdzenia o odwracaniu funkcji lub twierdzenia o funkcji uwikłanej.
11. Nieznajomość definicji rozmaitości zanurzonej w przestrzeni euklidesowej.
12. Nieznajomość definicji rozmaitości z brzegiem zanurzonej w przestrzeni euklidesowej.
13. Nieznajomość definicji rozmaitości orientowalnej zanurzonej w przestrzeni euklidesowej.
14. Nieumiejętność zdefiniowania orientacji brzegu rozmaitości zorientowanej.
15. Nieznajomość definicji wektora stycznego do zbioru lub nieumiejętność znalezienia przestrzeni stycznej do rozmaitości zadanej układem równań lub przez lokalną parametryzację (w tym do wykresu funkcji).
16. Nieznajomość warunków koniecznych na to, by funkcja w punkcie różniczkowalności miała ekstremum lokalne lub warunku Lagrange'a w przypadku ekstremum związanego, w tym nieumiejętność geometrycznego zinterpretowania warunku Lagrange'a.

17. Nieznajomość definicji drugiej różniczki lub nieumiejętność jej znajdowania w przypadku funkcji, których wartościami są liczby rzeczywiste lub nieznajomość twierdzenia o symetrii drugiej różniczki.

18. Nieznajomość wzoru Taylora lub nieumiejętność wypisania wielomianu Taylora funkcji, której pochodne cząstkowe są dane w konkretnym punkcie.

19. Nieznajomość warunku dostatecznego na to, by funkcja dwukrotnie różniczkowalna miała lokalne ekstremum w danym punkcie.

20. Nieznajomość definicji σ–ciała lub miary.

21. Nieznajomość warunku i twierdzenia Carathéodory'ego.

22. Nieznajomość twierdzeń charakteryzujących zbiory mierzalne w sensie Lebesgue'a.

23. Nieznajomość definicji funkcji mierzalnej.

24. Nieznajomość definicji całki.

25. Nieznajomość twierdzenia, które charakteryzuje miarę Lebesgue'a jako jedyną przesuwalną miarę określoną na ...

26. Nieznajomość twierdzenia Fubiniego.

27. Nieznajomość twierdzenia o zamianie zmiennych w całce Lebesgue'a.

28. Nieznajomość twierdzenia o zmajoryzowanym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki.

29. Nieznajomość twierdzenia o monotonicznym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki.

30. Nieumiejętność zdefiniowania miary powierzchniowej na rozmaitościach, które są zanurzone w k–wymiarowej przestrzeni euklidesowej.

31. Nieznajomość definicji całki krzywoliniowej.

32. Nieznajomość związku między niezależnością całki od drogi i istnieniem funkcji pierwotnej formy.

33. Nieznajomość wzoru Greena.

34. Nieznajomość wzoru Gaussa–Ostrogradskiego.

35. Nieumiejętność znalezienia pochodnej zewnętrznej formy różniczkowej.

36. Nieznajomość warunku koniecznego na to, by forma różniczkowa była różniczką zewnętrzną pewnej funkcji.

37. Nieznajomość warunków wystarczających na to, by forma różniczkowa była różniczką zewnętrzną pewnej funkcji.

38. Nieznajomość twierdzenia Jordana o rozcinaniu płaszczyzny.

Wystarczy spełnić jeden z wymienionych warunków, by otrzymać ocenę niedostateczną, którą można też otrzymać w inny sposób.

Aby otrzymać ocenę dostateczną lub wyższą na leży umieć udowodnić (tym razem nie wiadomo, o których twierdzeniach będą opowiadać miłośnicy „trójek”, a o których osoby, które zechcą naprawdę zrozumieć, o co w tym wszystkim chodzi):

39. że zbiór wektorów stycznych do rozmaitości w ustalonym punkcie jest przestrzenią linową;

40. że sfera i torus są rozmaitościami;

41. twierdzenie o mierze produktu dwóch zbiorów mierzalnych zawartych w przestrzeniach euklidesowych;

42. twierdzenie o mierze z gęstością;

43. twierdzenie o całkowaniu funkcji względem miary z gęstością;

44. twierdzenie o liniowości całki z funkcji nieujemnej;

45. twierdzonka o elementarnych własnościach całki (jednorodność, zerowanie się funkcji nieujemnej, której całka jest równa zero, skończoność funkcji nieujemnej, której całka całka jest skończona) ;

46. że osoba zdająca zna definicję miary zewnętrznej i miary zewnętrznej metrycznej.

47. twierdzenia o elementarnych własnościach miary (monotoniczność, miara sumy przeliczalnej, wstępującej rodziny zbiorów i dualne);

48. że miara Lebesgue’a wykresu funkcji ciągłej jest równa 0;

49. że wstęga Möbiusa, butelka Kleina, płaszczyzna rzutowa oraz zbiór izometrii liniowych przestrzeni $\mathbb{R}^k$ są rozmaitościami;

50. twierdzenie o ciągłości całki jako funkcji zbioru;

51. twierdzenie o równoważności różnych definicji rozmaitości zanurzonej w przestrzeni euklidesowej;

52. twierdzenie o wektorach stycznych do rozmaitości zadanej w jakikolwiek sposób;

53. twierdzenie o mierze Lebesgue’a przedziału k–wymiarowego;

54. twierdzenie o całkowalności w sensie Lebesgue'a funkcji całkowalnej w sensie Riemanna na przedziale domkniętym;
55. że borelowska miara na $\mathbb{R}^k$, przesuwalna, równa 1 na kostce jednostkowej jest miarą Lebesgue'a na zbiorach borelowskich;
56. twierdzenie o najpaskudniejszej poziomicy;
57. że miara Lebesgue'a wykresu funkcji ciągłej jest równa 0;
58. że borelowska miara na R^k, przesuwalna, równa 1 na kostce jednostkowej jest miarą Lebesgue'a na zbiorach borelowskich;
59. zdefiniować miarę Lebesgue'a–Riemanna na rozmaitości i sprawdzić poprawność definicji;
60. że sfera, torus, butelka Kleina, płaszczyzna rzutowa, wstęga Möbiusa są rozmaitościami i udowodnić, że trzy z wymienionych nie są orientowalne;
61. twierdzenie Greena dla trójkąta i kwadratu;
62. że całka z jednoformy nie zależy od drogi wtedy i tylko wtedy, gdy jednoforma jest różniczką pewnej funkcji;
63. twierdzenie o splocie funkcji całkowalnych, w tym całkowalności splotu w takiej sytuacji ;
64. twierdzenie jego niezmienniczość ze względu na przekształcenia afiniczne dla miary Lebesgue'a po uprzednim zdefiniowaniu środka ciężkości zbioru
65. twierdzenie Pappusa – Guldina, obie wersje;
66. twierdzenie o otoczeniu kołnierzykowym rozmaitości;
67. twierdzenie Greena dla obszaru ograniczonego łamaną;
68. twierdzenie Stokesa dla kostki k-wymiarowej;
69. znajomość definicji rotacji pola wektorowego;
70. pierwszy i drugi wzór Greena z dowodem;
71. że jeśli $f\colon \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ jest różniczkowalna w sensie zespolonym, to funkcje $\mathrm{re} f$ oraz f są harmoniczne;
72. wzór mówiący, że wartość funkcji harmonicznej w punkcie $\mathbf{p}$ jest średnią jej wartości przyjmowanych na sferze o środku w punkcie $\mathbf{p}$;
73. że jeśli funkcja harmoniczna przyjmuje swą największą wartość wewnątrz obszaru, to jest stała (tego nie było na wykładzie, ale to bardzo prosty wniosek z tego, co na wykładzie się pojawiło);

74. twierdzenie o mierze kuli i sfery k–wymiarowej;
75. rozsądny warunek wystarczający na różniczkowalność splotu dwu funkcji całkowalnych;
76. istnienie dowolnie drobnych rozkładów jedności na rozmaitości zwartej;
77. prawo Archimedesa zakładając prawdziwość prawa Pascala;
78. znajomość definicji strumienia przepływu pola wektorowego przez zamkniętą powierzchnię i prawo Gaussa o strumieniu pola grawitacyjnego (elektrycznego, magnetycznego);
79. twierdzenie Jordana dla łamanej zamkniętej bez samoprzecięć — chodzi jedynie o szkic dowodu wraz z definicją indeksu punktu względem łamanej zamkniętej;
80. twierdzenie Stokesa dla rozmaitości z brzegiem (bez osobliwości na brzegu);
81. twierdzenie o istnieniu funkcji pierwotnej z jednoformy, której różniczka zewnętrzna jest zerem z dowodem;
82. że jeśli funkcje harmoniczne pokrywają się na brzegu obszaru (np; na sferze), to pokrywają się w całym obszarze (tego nie było na wykładzie, ale jest to natychmiastowy wniosek z twierdzenia, które na ostatnim wykładzie było — nadaje się na łatwe zadanie na ustny egzamin);
83. wzór Liouville'a i twierdzenie o geometrycznej definicji dywergencji;
84. twierdzenie o gęstości w L^1 funkcji nieskończenie wiele razy różniczkowalnych o zwartych nośnikach;
85. twierdzenie wiążące miarę otoczenia kołnierzykowego rozmaitości z jej miarą powierzchniową;
86. poprawność definicji całki z formy różniczkowej na rozmaitości zorientowanej;
87. twierdzenie o zupełności przestrzeni L^1;
88. że w algebrze splotowej nie ma jedynki;
89. twierdzenie o przybliżaniu wielomianami rzeczywistych funkcji ciągłych na zbiorze zwartym;
90. twierdzenie o przybliżaniu wielomianami od zmiennych z i $\bar{z}$ zespolonych funkcji ciągłych na zbiorze funkcji ciągłych na okręgu; **i sformułować**
91. twierdzenie charakteryzujące zbiory mierzalne w sensie Lebesgue'a;

92. twierdzenie o ciągłości przekształcenia wieloliniowego i że osoba zdająca zna definicję jego normy;
93. twierdzenie o własnościach pochodnej kierunkowej w punkcie różniczkowalności funkcji wraz z przykładami wskazującymi na istotność założeń;
94. twierdzenie o pochodnej przekształcenia wieloliniowego wraz z prostymi zastosowaniami;
95. twierdzenie o różniczce złożenia dwu odwzorowań;
96. twierdzenie charakteryzujące dodatnią określoność formy kwadratowej w terminach wartości własnych odpowiedniej macierzy;
97. twierdzenie Banacha o odwzorowaniu zwężającym wraz z uwagą o ciągłej zależności punktu stałego od zwężenia;
98. twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej;
99. twierdzenie o mnożnikach Lagrange'a;
100. lokalną różnowartościowość funkcji klasy C^1, której różniczka jest izomorfizmem w pewnym zbiorze otwartym;
101. twierdzenie o podstawianiu;
102. twierdzenie o przybliżaniu funkcji mierzalnych funkcjami prostymi;
103. twierdzenie o mierzalności w sensie Lebesgue'a zbiorów borelowskich w przestrzeni euklidesowej;
104. twierdzenia charakteryzujące zbiory otwarte spójne i zbiory zwarte w $\mathbb{R}^k$
105. twierdzenie Lebesgue'a – Levi'ego o monotonicznym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki;
106. twierdzenie Lebesgue'a o zmajoryzowanym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki;
107. twierdzenie Schwarza o symetrii drugiej różniczki zakładając jej istnienie w jednym punkcie;
108. twierdzenie o funkcjach uwikłanych;
109. twierdzenie Łuzina;
110. twierdzenie Frécheta;
111. twierdzenie Fubiniego;
112. lemat Fatou;

113. twierdzenie Lagrange'a o wzorze Taylora;
114. twierdzenie o odwracaniu funkcji;
115. twierdzenie Carathéodory'ego;
116. twierdzenie o mierze obrazu afinicznego zbioru mierzalnego;
117. twierdzenie Jegorowa;
118. twierdzenie o zamianie zmiennych w całce Lebesgue'a;
119. twierdzenie o warunku dostatecznym styczności wektora do poziomicy funkcji;
120. warunek wystarczający typu Sylvestra dla dodatniej określoności formy kwadratowej na podprzestrzeni liniowej;
121. lokalną różnowartościowość funkcji klasy C^1, której różniczka jest izomorfizmem.