1. (12 punktów) Znaleźć całkę $\int_M f d\lambda_M$, gdzie

$$M = \{(x, y, z) : z = e^{xy}, \ \ (x^2 + y^2)^3 < x^2y^2, \ x > 0, \ y > 0\},$$

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x\sqrt{1 + x^2z^2 + y^2z^2}}$$

---

2. (12 punktów) Niech M będzie powierzchnią utworzoną z odcinków z wyrzuconymi końcami, łączących punkty $(u, \sqrt{u}, 0)$ i $(u, 0, \sqrt{u})$, dla $u \in (0, 1)$. Znaleźć pole powierzchni M.

Zadanie 3 można rozwiązywać albo pomijając wersję nawiasową, albo też w wersji nawiasowej - do wyboru.

3. (14 punktów) Niech Γ będzie przecięciem półsfery S, $x^2 + y^2 + z^2 = 36$, $z > 0$, oraz walca W, $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Krzywa Γ jest zorientowana tak, że jej rzut na płaszczyznę xy ma obieg przeciwny do ruchu wskazówek zegara. Niech

$$\vec{F} = z^2\vec{e}_1 + x\vec{e}_2 + 3xz\vec{e}_3. \qquad [\ \omega = z^2dx + xdy + 3xzdz\ .]$$

(A) Znaleźć $\vec{\nabla} \times \vec{F}$, tzn. rotację $\vec{F}$. [Znaleźć $d\omega$, tzn. różniczkę ω.]

(B) Znaleźć $\int_\Gamma \vec{F} \cdot \vec{t}\, ds$. [Znaleźć $\int_\Gamma \omega$.]

(C) Niech M będzie częścią walca W zawartą między półsferą S i płaszczyzną $z = 0$, zorientowaną "na zewnątrz".

Znaleźć $\int_M (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot \vec{n}\, dS$. [Znaleźć $\int_M d\omega$.]

---

4. (12 punktów) Znaleźć $\int_M \omega$, gdzie powierzchnia

$$M = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = \exp(-z^2), \ 0 < z < 1\}$$

jest rozpatrywana z orientacją "na zewnątrz", oraz

$$\omega = xz\, dy \wedge dz + y^4 f'(z)\, dx \wedge dz + (z^2 + 4y^3 f(z))\, dx \wedge dy,$$

gdzie $f : R \to R$ jest funkcją gładką.