

## Warunki wystarczające do otrzymania oceny niedostatecznej z analizy II

1. Nieznajomość definicji normy.
2. Nieznajomość definicji zbioru zwartego lub zbioru spójnego.
3. Nieznajomość podstawowych własności funkcji ciągłych na zbiorze zwartym (np. osiąganie kresów, jednostajna ciągłość) lub na zbiorze spójnym (np. własność Darboux).
4. Nieznajomość definicji różniczki odwzorowania z  $\mathbb{R}^k$  w  $\mathbb{R}^l$ .
5. Nieznajomość definicji pochodnej cząstkowej lub nieumiejętność jej znalezienia w prostych przypadkach lub nieumiejętność znalezienia różniczki odwzorowania, którego pochodne cząstkowe w danym punkcie są znane.
6. Nieznajomość definicji gradientu.
7. Nieznajomość wzoru na pochodną złożenia lub pochodną odwzorowania odwrotnego.
8. Nieznajomość twierdzenia Lagrange'a o wartości średniej (np. stosowanie go w przypadku zbiorów niespójnych).
9. Nieznajomość sformułowania twierdzenia o odwracaniu funkcji lub twierdzenia o funkcji uwikłanej.
10. Nieznajomość definicji rozmaitości zanurzonej w przestrzeni euklidesowej.
11. Nieznajomość definicji rozmaitości z brzegiem zanurzonej w przestrzeni euklidesowej.
12. Nieznajomość definicji rozmaitości orientowalnej zanurzonej w przestrzeni euklidesowej.
13. Nieumiejętność zdefiniowania orientacji brzegu rozmaitości zorientowanej.
14. Nieznajomość definicji wektora stycznego do dowolnego zbioru lub nieumiejętność znalezienia przestrzeni stycznej do rozmaitości zadanej układem równań lub przez lokalną parametryzację (w tym do wykresu funkcji).
15. Nieznajomość definicji drugiej różniczki lub nieumiejętność jej znajdowania w przypadku funkcji, których wartościami są liczby rzeczywiste lub nieznajomość twierdzenia o symetrii drugiej różniczki.
16. Nieznajomość wzoru Taylora lub nieumiejętność wypisania wielomianu Taylora w przypadku funkcji, której pochodne cząstkowe są dane w konkretnym punkcie.
17. Nieznajomość warunku dostatecznego na to, by funkcja dwukrotnie różniczkowalna miała lokalne ekstremum w danym punkcie.
18. Nieznajomość definicji  $\sigma$ -ciała lub miary lub całki.
19. Nieznajomość warunku i twierdzenia Carathéodory'ego.
20. Nieznajomość twierdzeń charakteryzujących zbiory mierzalne w sensie Lebesgue'a definicji funkcji mierzalnej.
21. Nieznajomość twierdzenia, które charakteryzuje miarę Lebesgue'a jako jedyną miarę przesuwalną, określoną na ...
22. Nieznajomość twierdzenia Fubiniego.
23. Nieznajomość twierdzenia o zamianie zmiennych w całce Lebesgue'a.
24. Nieznajomość twierdzenia o zmajorzowanym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki.
25. Nieznajomość twierdzenia o monotonicznym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki.
26. Nieumiejętność zdefiniowania miary powierzchniowej na rozmaitościach, które są zanurzone w  $k$ -wymiarowej przestrzeni euklidesowej.
27. Nieznajomość definicji całki krzywoliniowej.
28. Nieznajomość związku między niezależnością całki od drogi i istnieniem funkcji pierwotnej formy.
29. Nieznajomość wzoru Greena.
30. Nieznajomość wzoru Gaussa–Ostrogradskiego.
31. Nieumiejętność znalezienia pochodnej zewnętrznej formy różniczkowej.
32. Nieznajomość warunku koniecznego na to, by forma różniczkowa była różniczką zewnętrzną pewnej funkcji.
33. Nieznajomość warunków wystarczających na to, by forma różniczkowa była różniczką zewnętrzną pewnej funkcji.
34. Nieznajomość twierdzenia Jordana o rozcinianiu płaszczyzny.

*Obowiązują też niewpisane tutaj, ale wymienione w pierwszym semestrze warunki.*

**Wystarczy spełnienie jednego z tych warunków, a ocenę niedostateczną można otrzymać wieloma sposobami niewymienionym w tym tekście.**

Aby otrzymać ocenę dostateczną lub wyższą należy umieć udowodnić:

35. że miara Lebesgue'a wykresu funkcji ciągłej jest równa 0;
36. że borelowska miara na  $R^k$ , przesuwalna, równa 1 na kostce jednostkowej jest miarą Lebesgue'a na zbiorach borelowskich;
37. lokalną różnowartościowość funkcji klasy  $C^1$ , której różniczka jest izomorfizmem;
38. zdefiniować miarę Lebesgue'a–Riemanna na rozmaitości i sprawdzić poprawność definicji;
39. że sfera, torus, butelka Kleina, płaszczyzna rzutowa, wstęga Möbiusa są rozmaitościami i udowodnić, że trzy z wymienionych nie są orientowalne;
40. twierdzenie Greena dla trójkąta i kwadratu;
41. że całka z jednoformy nie zależy od drogi wtedy i tylko wtedy, gdy jednoforma jest różniczką pewnej funkcji.

Osoby, które nie zdołają przeprowadzić jednego z tych dowodów, otrzymają **dwa** z AM 2.2.

---

42. Dowód twierdzenia o splocie funkcji całkowalnych, w tym całkowalności spłotu w takiej sytuacji .
  43. Definicja środka ciężkości zbioru i jego niezmienniczość ze względu na przekształcenia afiniczne dla miary Lebesgue'a.
  44. Dowód twierdzenia Pappusa – Guldina, obie wersje.
  45. Dowód twierdzenia o otoczeniu kołnierzykowym rozmaitości.
  46. Dowód twierdzenia Greena dla obszaru ograniczonego łamaną.
  47. Dowód twierdzenia Stokesa dla kostki  $k$ -wymiarowej.
  48. Definicja rotacji pola wektorowego.
  49. Pierwszy i drugi wzór Greena z dowodem.
  50. Dowód tego, że jeśli  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  jest różniczkowalna w sensie zespolonym, to funkcje  $\operatorname{Re} f$  oraz  $\operatorname{Im} f$  są harmoniczne.
  51. Dowód wzoru mówiącego, że wartość funkcji harmonicznej w punkcie  $\mathbf{p}$  jest średnią jej wartości przyjmowanych na sferze o środku w punkcie  $\mathbf{p}$ .
  52. Dowód tego, że jeśli funkcja harmoniczna przyjmuje swą największą wartość wewnątrz obszaru, to jest stała.
- 

53. Miara kuli i sfery  $k$ -wymiarowej.
  54. Rozsądny warunek wystarczający na różniczkowalność spłotu dwu funkcji całkowalnych.
  55. Istnienie dowolnie drobnych rozkładów jedności na rozmaitości zwartej.
  56. Wyprowadzenie prawa Archimedesesa z prawa Pascala.
  57. Definicja strumienia przepływu pola wektorowego przez zamkniętą powierzchnię i wyprowadzenie prawa Gaussa o strumieniu pola grawitacyjnego (elektrycznego, magnetycznego).
- 

58. Dowód twierdzenia Jordana dla łamanej zamkniętej bez samoprzebieg.
  59. Dowód twierdzenia Stokesa dla rozmaitości z brzegiem.
  60. Twierdzenie o istnieniu funkcji pierwotnej z jednoformy, której różniczka jest zerem z dowodem.
  61. Dowód tego, że jeśli funkcje harmoniczne pokrywają się na brzegu obszaru (np. na sferze), to pokrywają się w całym obszarze.
- 

62. „Geometryczna” definicja dywergencji — z dowodem.
  63. Dowód twierdzenia o gęstości w  $L^1$  funkcji nieskończenie wiele razy różniczkowalnych o zwartych nośnikach.
  64. Dowód twierdzenia wiążącego miarę otoczenia kołnierzykowego rozmaitości z jej miarą powierzchniową.
  65. Dowód poprawności definicji całki z formy różniczkowej na rozmaitości zorientowanej.
- 

66. Dowód twierdzenia o zupełności przestrzeni  $L^1$ .
67. Dowód nieistnienia jedynej w algebrze spłotowej.
68. Dowód twierdzenia o przybliżaniu wielomianami funkcji ciągłych na zbiorze zwartym.