Klasówka z analizy pierwszej, 15 listopada 2002 r

Wolno korzystać z twierdzeń udowodnionych na wykładzie lub ćwiczeniach z analizy matematycznej, z innych też, ale po ich udowodnieniu!

1. Wyjaśnić, czy ciąg o wyrazie $a_n = \sin\sqrt{n}$ ma granicę, jeśli ma znaleźć ją.

2. Wyjaśnić, czy ciąg o wyrazie $a_n = \sin\sqrt{n+1} - \sin\sqrt{n}$ ma granicę, jeśli ma znaleźć ją.

3. Wyjaśnić, czy ciąg o wyrazie $a_n = \operatorname{tg}\sqrt{n+1} - \operatorname{tg}\sqrt{n}$ ma granicę, jeśli ma znaleźć ją.

4. Wyjaśnić, czy ciąg o wyrazie $a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \sin\left(\frac{\sin k}{k^2}\right)$ ma granicę skończoną.

5. Niech $a_0 \geq 0$ i niech $a_{n+1} = a_n + a_n^2\left(a_n^2 - 1\right)$ dla $n = 0, 1, 2. \ldots$. Wyjaśnić, czy ciąg (a_n) ma granicę w zależności od $a_0 \geq 0$ i znaleźć ją, jeśli istnieje.

6. Niech $a_{n+1} = -a_n + a_n^3$. Dla jakich $a_0 \in \mathbb{R}$ ciąg (a_n) ma granicę. Jeśli granica istnieje, znaleźć ją.

7. Znaleźć $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2 - 15n + 2002}{(n+16)(n+14)}\right)^n$.

8. Znaleźć $\lim\limits_{n\to\infty} n^\alpha \left(\frac{1}{(2n+1)^2} + \frac{1}{(2n+3)^2} + \frac{1}{(2n+5)^2} + \cdots + \frac{1}{(4n+1)^2}\right)$ w zależności od $\alpha \in \mathbb{R}$.

Warunek gwarantujący zaliczenie klasówki (nie całkiem konieczny): **9 zadań rozwiązanych bezbłędnie.**

WESOŁEJ ZABAWY

Klasówka z analizy pierwszej, 15 listopada 2002 r

Wolno korzystać z twierdzeń udowodnionych na wykładzie lub ćwiczeniach z analizy matematycznej, z innych też, ale po ich udowodnieniu!

1. Wyjaśnić, czy ciąg o wyrazie $a_n = \sin\sqrt{n}$ ma granicę, jeśli ma znaleźć ją.

2. Wyjaśnić, czy ciąg o wyrazie $a_n = \sin\sqrt{n+1} - \sin\sqrt{n}$ ma granicę, jeśli ma znaleźć ją.

3. Wyjaśnić, czy ciąg o wyrazie $a_n = \operatorname{tg}\sqrt{n+1} - \operatorname{tg}\sqrt{n}$ ma granicę, jeśli ma znaleźć ją.

4. Wyjaśnić, czy ciąg o wyrazie $a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \sin\left(\frac{\sin k}{k^2}\right)$ ma granicę skończoną.

5. Niech $a_0 \geq 0$ i niech $a_{n+1} = a_n + a_n^2\left(a_n^2 - 1\right)$ dla $n = 0, 1, 2. \ldots$. Wyjaśnić, czy ciąg (a_n) ma granicę w zależności od $a_0 \geq 0$ i znaleźć ją, jeśli istnieje.

6. Niech $a_{n+1} = -a_n + a_n^3$. Dla jakich $a_0 \in \mathbb{R}$ ciąg (a_n) ma granicę. Jeśli granica istnieje, znaleźć ją.

7. Znaleźć $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2 - 15n + 2002}{(n+14)(n+16)}\right)^n$.

8. Znaleźć $\lim\limits_{n\to\infty} n^\alpha \left(\frac{1}{(2n+1)^2} + \frac{1}{(2n+3)^2} + \frac{1}{(2n+5)^2} + \cdots + \frac{1}{(4n+1)^2}\right)$ w zależności od $\alpha \in \mathbb{R}$.

Warunek gwarantujący zaliczenie klasówki (nie całkiem konieczny): **9 zadań rozwiązanych bezbłędnie.**

WESOŁEJ ZABAWY