

Warunki wystarczające do otrzymania oceny niedostatecznej z analizy I

1. Nieznajomość pewnika ciągłości (aksjomatu Dedekinda).
2. Nieznajomość definicji granicy ciągu lub funkcji.
3. Nieznajomość twierdzenia o istnieniu granic funkcji monotonicznej.
4. Nieznajomość definicji szeregu zbieżnego.
5. Stwierdzenie, że szereg o wyrazie dążącym do zera **musi** być zbieżny.
6. Nieznajomość kryterium porównawczego szeregów.
7. Nieznajomość warunku Cauchy'ego dla ciągów, funkcji, ciągów funkcyjnych jednostajnie zbieżnych wraz z uzasadnieniem jego wynikania z istnienia granicy skończonej.
8. Nieznajomość podstawowych twierdzeń o funkcjach ciągłych określonych na przedziałach, np. własność Darboux, ograniczoność i przyjmowanie kresów na \dots , jednostajna ciągłość na \dots .
9. Nieznajomość definicji pochodnej i prostej stycznej do wykresu funkcji.
10. Nieznajomość twierdzenia Lagrange'a o wartości średniej.
11. Nieznajomość najprostszycj konsekwencji twierdzenia Lagrange'a o wartości średniej wraz z dowodami: funkcja określona na przedziale, mająca dodatnią pochodną jest \dots , funkcja różniczkowalna na przedziale, której pochodna jest równa 0, jest \dots , funkcja różniczkowalna na przedziale, której pochodna jest ograniczona jest \dots .
12. Nieznajomość dowodu tego, że pochodna różniczkowalnej funkcji niemalejącej jest nieujemna.
13. Nieznajomość definicji funkcji wypukłej lub nieumiejętność scharakteryzowania funkcji wypukłych klasy C^1 lub klasy C^2 .
14. Nieumiejętność wywnioskowania wypukłości funkcji z tego, że jej pochodna jest niemalejąca.
15. Nieznajomość wzoru Taylora z resztą w postaci Lagrange'a, Peano lub całkowej.
16. Nieznajomość dowodu tw. Peano o reszcie we wzorze Taylora.
17. Nieznajomość definicji działań na symbolach $\pm\infty$.
18. Nieznajomość definicji szeregu potęgowego i jego podstawowych własności: istnienie przedziału (koła) zbieżności i promienia zbieżności, różniczkowalność wewnątrz dziedziny, ciągłość w punktach brzegowych (po obcięciu funkcji do \dots), nieznajomość twierdzeń o zbieżności jednostajnej szeregu potęgowego.
19. Nieumiejętność wykazania istnienia promienia zbieżności szeregu potęgowego.
20. Nieznajomość wartości jednej z granic: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^a}{q^n}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{n}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ **lub** jednej z sum szeregów: $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.
21. Nieznajomość definicji zbieżności jednostajnej ciągu funkcyjnego i szeregu funkcyjnego.
22. Nieumiejętność wykazania ciągłości granicy jednostajnie zbieżnego ciągu funkcji ciągłych
23. Nieznajomość twierdzenia Weierstrassa o przybliżaniu funkcji ciągłych wielomianami.
24. Nieznajomość definicji całki Riemanna lub całki Newtona.
25. Nieumiejętność wykazania całkowalności w sensie Riemanna funkcji ciągłej na przedziale domkniętym.
26. Nieznajomość definicji całki niewłaściwej, wzoru $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \dots$, nieumiejętność obliczenia $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$.
27. Nieznajomość kryterium porównawczego dla całek niewłaściwych.

Aby otrzymać ocenę niedostateczną wystarczy spełnić jeden z tych warunków. Można ją też otrzymać w inny sposób.

Inne rzeczy bardzo pożądane na egzaminie

w rosnącej trudności wg. mojej subiektywnej oceny

1. Dowód tw. o ograniczoności funkcji całkowalnej w sensie Riemanna.
 2. Dowód tw. Weierstrassa o osiągnięciu kresów przez funkcję ciągłą.
 3. Dowód tw. Bolzano–Cauchy’ego o przyjmowaniu wartości pośrednich.
 4. Dowód tw. Cantora–Heine’go o jednostajnej ciągłości funkcji ciągłej na ...
 5. Dowód tw. Lagrange’a o wartości średniej.
 6. Dowód tw. o lokalnych ekstremach funkcji wielokrotnie różniczkowalnej.
 7. Nierówność Jensena, z dowodem.
 8. Sformułowanie reguły de l’Hospitála.
 9. Uzasadnienia słuszności rozwinięć funkcji $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln(1+x)$, $\operatorname{arctg} x$, $\arcsin x$, $(1+x)^a$ w szeregi Maclaurina.
 10. Dowód tw. o istnieniu funkcji pierwotnej funkcji ciągłej.
 11. Dowód pierwszego tw. o wartości średniej dla całki Riemanna.
 12. Dowód tw. o zbieżności całki niewłaściwej, która jest zbieżna bezwzględnie.
 13. Dowód całkowalności sumy i iloczynu funkcji całkowalnych w sensie Riemanna.
 14. Długość wykresu funkcji różniczkowalnej, której pochodna jest całkowalna w sensie Riemanna.
 15. Własności funkcji $[a, b] \ni x \mapsto \int_a^x f(t) dt \in \mathbb{R}$, gdy f jest funkcją całkowalną w sensie Riemanna na przedziale $[a, b]$.
 16. Kryterium całkowe Eulera–Maclaurina zbieżności szeregu.
 17. Sformułowanie twierdzenia o rozkładzie funkcji wymiernej na sumę ułamków prostych.
-
18. Należy umieć wykazać, że funkcja $f: P \rightarrow \mathbb{R}$ jest wypukła na przedziale P wtedy i tylko wtedy, gdy jej iloraz różnicowy w każdym punkcie jest niemalejący jako funkcja jednej zmiennej.
 19. Twierdzenie Arzeli–Ascoliego.
 20. Należy umieć wykazać, że funkcja ograniczona, ciągła poza zbiorem skończonym jest całkowalna w sensie Riemanna.
 21. Dowód tw. o różniczkowalności szeregu potęgowego.
 22. Dowód kryterium typu Abela–Dirichleta dla całki niewłaściwej z iloczynu dwu funkcji.
 23. Dowód wzoru $\ln 2 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$.
 24. Całkowanie funkcji wymiernych zmiennych $\cos x$ i $\sin x$ (podstawienie uniwersalne).
 25. Definicja całkowa funkcji Γ i uzasadnienie równania funkcyjnego, które ona spełnia.
 26. Dowód zbieżności całki $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$.
-
27. Należy umieć wykazać, że funkcja $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ jest jednostajnie ciągła wtedy i tylko wtedy, gdy jest ciągła w każdym punkcie przedziału (a, b) i ma skończone granice w punktach a i b .
 28. Dowód drugiego tw. o wartości średniej dla całki Riemanna.
 29. Dowód tw. o różniczkowalności granicy ciągu funkcyjnego przy odpowiednich założeniach.
 30. Dowód twierdzenia o rozkładzie funkcji wymiernej na sumę ułamków prostych.
 31. Dowód reguły de l’Hospitála.
 32. Całkowanie niewymierności kwadratowych.
-

33. Dowód wzoru Wallisa.
 34. Dowód wzoru Stirlinga.
 35. Twierdzenie Bohra charakteryzujące funkcję Γ .
 36. Przykład funkcji nieskończenie wiele razy różniczkowalnej, dodatniej poza punktem 0, której pochodne wszystkich rzędów w punkcie 0 są równe 0.
 37. Nierówność Höldera, z dowodem.
 38. Dowód tw. o mierze zbioru punktów nieciągłości funkcji całkowalnej w sensie Riemanna oraz dowód tw. o całkowalności w sensie Riemanna funkcji ograniczonej ciągłej poza zbiorem miary 0.
-

39. Dowód twierdzenia Bohra charakteryzującego funkcję Γ .
40. Rozwinięcie funkcji sinus w iloczyn nieskończony.
41. Dowód twierdzenia Arzeli–Ascoli.
42. Dowód równości $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$.
43. Dowód tw. Weierstassa o przybliżaniu funkcji ciągłych wielomianami.
44. Przykład van der Waerdena funkcji ciągłej nieróżniczkowalnej w ani jednym punkcie.