

1. Zbadać czy istnieje i jeśli tak, to obliczyć następującą granicę:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a} \cdot \left[\frac{b}{x} \right], \text{ gdzie } a, b > 0.$$

Uzasadnić odpowiedź.

2. Zbadać czy istnieje i jeśli tak, to obliczyć następującą granicę:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} + \frac{1}{x-1} \right).$$

Uzasadnić odpowiedź.

3. Zbadać czy istnieje i jeśli tak, to obliczyć następującą granicę:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 42x}{\sin 6x - \sin 7x}.$$

Uzasadnić odpowiedź.

4. Zbadać czy istnieje i jeśli tak, to obliczyć następującą granicę:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(2017^{\frac{1}{x}} - 2017^{\frac{1}{x+1}} \right).$$

Uzasadnić odpowiedź.

5. Czy istnieją funkcje $f, g : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ takie, że nie istnieją granice jednostronne $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$, ale istnieje granica $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \cdot g(x)$?