

1. Zbadać zbieżność i zbieżność bezwzględną następującego szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \ln \left(1 + \frac{2016}{n} \right).$$

Uzasadnić odpowiedź.

2. Zbadać zbieżność i zbieżność bezwzględną następującego szeregów:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + (-1)^{n-1}}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^{n-1}}.$$

Uzasadnić odpowiedź.

3. Niech $(a_n), (b_n), (c_n)$ będą ciągami liczb rzeczywistych takich, że, dla każdego $n \in \mathbb{N}$, $|a_n - b_n| \leq c_n$. Wykazać, że jeśli szeregi $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ i $\sum_{n=0}^{\infty} c_n$ są zbieżne, to szereg $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ również jest zbieżny.

4. Wykazać, że jeśli ciąg liczb rzeczywistych (a_n) jest ograniczony, to szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+1} - a_n}{\sqrt{n}}$$

jest zbieżny.

5. Wykazać, że jeśli szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ jest zbieżny, to szereg $\sum_{n=0}^{\infty} (a_n/n)$ jest zbieżny bezwzględnie.