

1. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}.$$

Uzasadnić odpowiedź.

2. Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5},$$

z dokładnością do 0,01. Uzasadnić odpowiedź.

3. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2) \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{n!(n+1)!9^n}.$$

Uzasadnić odpowiedź.

4. Zbadać dla jakich dodatnich liczb rzeczywistych  $p$  poniższy szereg jest zbieżny

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^p.$$

Uzasadnić odpowiedź.

5. Wykazać, że dla dowolnego szeregu zbieżnego  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  o wyrazach dodatnich istnieje ciąg liczb dodatnich  $(b_n)$ , którego granicą jest  $\infty$ , taki że  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n b_n$  jest szeregiem zbieżnym. *Nie ma więc najwolniej zbieżnego szeregu.*