

1. Dane są liczby dodatnie x, y , których iloczyn jest mniejszy od 1. Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^{[n/2]} y^{[(n+1)/2]}, \text{ gdzie } [z] \text{ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od } z.$$

2. Obliczyć sumę szeregu $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{k^n} \right)$.

3. Udowodnić, że jeśli ciągi (a_n) i (b_n) spełniają warunek Cauchy'ego, to również ciąg (c_n) , gdzie $c_n = (1 + |a_n|)^{b_n+1/n}$, spełnia warunek Cauchy'ego.