

1. Znaleźć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2+5n-3}{2n^2-5n+3} \right)^{\sqrt{n^2+1}}$ .

2. Obliczyć  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4n-3} + \frac{1}{4n-1} - \frac{1}{2n} \right)$ .

Można ewentualnie skorzystać z równości  $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \right)$ , która niebawem pojawi się na wykładzie.

3. Obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n^{15} + n + \ln n)}{\ln(\sqrt{n^{22} + 1772} + 666n^6 + 13)}$ .

4. Dla dowolnych liczb  $a, b > 0$  obliczyć  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}{2} \right)^n$ .

5. Niech  $k > 1$  będzie liczbą naturalną i niech  $a_n = 1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k - \frac{1}{k+1}n^{k+1}$ . Znaleźć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^k}$  lub wykazać, że ciąg  $\left( \frac{a_n}{n^k} \right)$  granicy nie ma.