

1. Znaleźć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(3n)! \cdot n!}{((2n)!)^2}}.$$

Uzasadnić odpowiedź.

2. Znaleźć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{\frac{1}{n^4}} + \sqrt[3]{\frac{2}{n^4}} + \sqrt[3]{\frac{3}{n^4}} + \dots + \sqrt[3]{\frac{n}{n^4}} \right).$$

Uzasadnić odpowiedź.

3. Znaleźć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n(n+2)} \right)^n.$$

Uzasadnić odpowiedź.

4. Niech  $(a_n)$  będzie ciągiem spełniającym warunki:

$$a_1 = 0 \quad \text{oraz} \quad a_{n+1} = \frac{a_n + 1}{a_n + 2}, \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

Znaleźć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ . Uzasadnić odpowiedź.

5. Niech  $f(x) = 1 - 2|x|$ . Niech  $a_1 = a$ ,  $a_{n+1} = f(a_n)$  dla  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Dowieść, że istnieje nieskończenie wiele takich liczb  $a \in [-1, 1]$ , że ciąg  $(a_n)$  jest zbieżny.