AM1.1 — zadania domowe 3, termin 13 listopada (piątek).

1. Obliczyć granice:
$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{0{,}999}{1}+\frac{1}{n}\right)^n \quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{0{,}999}+\frac{1}{n}\right)^n, \quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1}+\frac{0{,}999}{n}\right)^n, \quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{0{,}999n}\right)^n.$$

2. Niech $a_0 > -0{,}6$ i niech $a_{n+1} = a_n - a_n^3$ dla każdego $n = 0, 1, 2, \ldots$.
Dla jakich $a_0 > -0{,}6$ ciąg (a_n) ma granicę (skończoną lub nieskończoną)?

3. Obliczyć $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{\lfloor\sqrt{n}\,\rfloor}$ lub wykazać, że ta granica nie istnieje.
Definicja: $\lfloor x\,\rfloor = \sup(\mathbb{Z}\cap(-\infty, x])$ *dla każdego* $x\in\mathbb{R}$.

4. Niech $a_n = \frac{(3n)!}{3^n(n!)^3}$. Znaleźć granice $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ oraz $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

5. Obliczyć $$\lim_{n\to\infty}\frac{1320n + (n+\frac{1}{n})^2 + 1543\cdot\sqrt[3]{(n^2+13)(n-\frac{1}{2n})(n+\frac{1}{3n})}}{1683n + (n-\frac{1}{\sqrt{n}})^2 + 1863\cdot\sqrt[3]{(n^3+7)(n^2+\frac{1}{2n})(n+\frac{1}{3n})}}.$$