

AM1.1 — zadania domowe 1.

1. Udowodnić, że liczba $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ nie jest całkowita dla żadnej liczby naturalnej $n > 1$.

2. Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej $n > 1$ zachodzi nierówność

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < \sqrt{n} + \sqrt{n-1}.$$

3. Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej $n > 1$ zachodzi nierówność

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}.$$

4. Udowodnić, że liczba $\sqrt{n^2 + 4}$ jest niewymierna dla każdej liczby naturalnej n .

5. Niech $A = \{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{2n-1} : n \in \mathbb{N}\}$. Znaleźć kresy zbioru A .