

Zacznijmy od wysłania Pań Studentek i Panów Studentów do tekstu, z którego należy przeczytać niektóre przykłady

[https://www.mimuw.edu.pl/~krych/matematyka/AM2skrypt/am2cz16L\\_rozm\\_z\\_brzegiem\\_formy.pdf](https://www.mimuw.edu.pl/~krych/matematyka/AM2skrypt/am2cz16L_rozm_z_brzegiem_formy.pdf)

a mianowicie: przykłady ze strony pierwszej, 12.12 (str. 2), 12.13 (str. 2), 12.16 (str. 4), 12.17 i 12.18 (str. 5), 12.22 (str. 7), 12.25 (str. 7), 12.29 (str. 9), 12.33 (str. 10) , 12.46 (str. 13 i 14) i uwagę 12.47, 12.55 (str. 19) - to zadanie domowe, więc najpierw należy spróbować rozwiązać samodzielnie, a dopiero potem zaglądać, 12. 56 (str. 20), 12.63 (str. 24) - to prosty rachunek, który każdy może sam przeprowadzić.

Poza tym w tym tekście są definicje i sformułowania twierdzeń, więc w razie wątpliwości lub chwilowego zaniku pamięci można odpowiedni fragment przeczytać. Dla miłośników topologii interesująca może okazać się uwaga 12.59 z mego punktu widzenia bardzo ważna, bo pokazująca związki między analizą i topologią. Zauważanie takich powiązań jest znacznie ważniejsze od zapamiętywania jakichś wzorów w dużej liczbie.

**Niedopowiedzenie.** Proszę spojrzeć na wzór na stronie 18 pliku, do którego Państwa odsyłam. Nie podkreśliłem, że odpowiedni iloczyn skalarny to iloczyn jednostkowego wektora normalnego do brzegu, w wypadku przykładu omawianego na ćwiczeniach tak jest, ale to chyba nie zostało wyraźnie zaznaczone (na tablicy nie ma śladu). Przepraszam Państwa za to przemilczenie.

### Twierdzenie 10.1

Założmy, że  $M \subseteq \mathbb{R}^k$  jest  $m$ -wymiarową rozmaitością klasy  $C^r$  a  $f: M \rightarrow \mathbb{R}^\ell$  funkcją klasy  $C^r$ . Wtedy wykres funkcji  $f$  zawarty w  $\mathbb{R}^{k+\ell}$  jest rozmaitością zawartą w  $\mathbb{R}^{k+\ell}$ .

66. Niech  $f(t) = \left( x - \frac{x^2}{\sqrt[4]{1+x^4}}, x - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} \right)$  dla każdego  $t \in \mathbb{R}$ . Czy  $f$  jest różnowartościowe? Czy  $f(\mathbb{R}) \subset \mathbb{R}^2$  jest rozmaitością? Czy zbiór  $f(\mathbb{R})$  jest domknięty w  $\mathbb{R}^2$ ?

67. Udowodnić twierdzenie 10.1 (dowód w zasadzie był na ćwiczeniach i jest łatwy).