

**AM1.2 — zadania domowe 8, termin 29 maja (wtorek).**

Rozwiązania zadań zbiorę we wtorek, 29 maja. Każde zadanie powinno być napisane na oddzielnej kartce i podpisane czytelnie (najlepiej drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem i nr indeksu autorki/autora tekstu.

W rozwiązaniach należy korzystać z twierdzeń udowodnionych w trakcie zajęć. Chcąc skorzystać z innych, trzeba je najpierw udowodnić.

1. Obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{2 + \cos \frac{j\pi}{n}}$ .
2. Udowodnić, że jeśli  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  jest funkcją całkowalną w sensie Riemanna, to dla każdej liczby  $\varepsilon > 0$  istnieje taka funkcja ciągła  $g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ , że  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx < \varepsilon$ .
3. Obliczyć  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_0^\alpha \frac{dx}{\sqrt{\cos x - \cos \alpha}}$ .