AM1.2 — zadania domowe 5, termin 17 kwietnia (wtorek).

Rozwiązania zadań zbiorę we wtorek, 27 marca. Każde zadanie powinno być napisane na oddzielnej kartce i podpisane czytelnie (najlepiej drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem i nr indeksu autorki/autora tekstu.

W rozwiązaniach należy korzystać z twierdzeń udowodnionych w trakcie zajęć. Chcąc skorzystać z innych, trzeba je najpierw udowodnić.

1. Udowodnić, że jeśli ciąg wielomianów stopnia mniejszego od 100 jest punktowo zbieżny na przedziale $[0, 100]$, to jest zbieżny jednostajnie na tym przedziale.
Czy powyższe twierdzenie jest prawdziwe również wtedy, gdy chodzi o zbieżności na półprostej $[0, \infty)$?

2. Wykazać, że funkcja f zdefiniowana za pomocą wzoru $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - x^2}$ jest ciągła w każdym punkcie zbioru $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$.

3. Udowodnić, że jeśli $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{x}{n}$, dla $x \in \mathbb{R}$, to $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją ciągłą.
Czy funkcja f jest okresowa?