

AM1.2 — zadania domowe 1, termin 6 marca (wtorek).

Rozwiązania zadań zbiorę we wtorek, 6 marca. Każde zadanie powinno być napisane na oddzielnej kartce i podpisane czytelnie (najlepiej drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem i nr indeksu autorki/autora tekstu.

W rozwiązaniach należy korzystać z twierdzeń udowodnionych w trakcie zajęć. Chcąc skorzystać z innych, trzeba je najpierw udowodnić.

1.1. Obliczyć pochodną funkcji f w tych punktach, w których istnieje, jeśli $f(x) =$

a. $x|x|$

b. $\sin(x + \sqrt{1 + x^2})$

c. $\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$

1.2. W ilu punktach i pod jakimi kątami parabola o równaniach $y = x^2$ przecina parabolę o równaniu $x = y^2$?

1.3. Dla jakich par liczb p, q wykres wielomianu $x^3 + px + q$ jest styczny do osi OX w pewnym jej punkcie.

1.4. Niech $f(x) = x\sqrt{9 + \sin(\operatorname{tg} x)}$, $\varphi(x) = \sin(x\sqrt{4 + \sin(\operatorname{tg} x)})$. Obliczyć $f'(0)$ i $\varphi'(0)$ korzystając tylko z definicji pochodnej.

1.5. Dowieść, że jeśli funkcja f jest różniczkowalna w punkcie x , to $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x)$.
Rozstrzygnąć, czy z istnienia granicy $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$ wynika istnienie pochodnej $f'(x)$.