O funkcjach wypukłych pisałem opowiadania dla studentów matematyki:
https://www.mimuw.edu.pl/~krych/matematyka/AM1skrypt/am1_0708_cz_07-wlasnosci_funkcji_ciag_wyp.pdf

od strony 12 oraz

https://www.mimuw.edu.pl/~krych/matematyka/AM1skrypt/am1_0708_cz_08_rozniczk.pdf
str 25 —29, str 59 — 64
a także dla studentów ekonomii, dla których wypukłość jest ważna
https://www.mimuw.edu.pl/~krych/ekonomia/krych.pdf na stronach 123 — 135 (tu jeszcze bez pochodnych) oraz na stronach 165 — 172 (z pochodnymi)

Wydaje mi się, że tam jest wszystko, co może być potrzebne Państwu w najbliższym czasie. W każdym razie należy pamiętać (to nieprecyzyjne zdania), że wykres funkcji wypukłej leży pod sieczną, ale nad styczną.

201. Udowodnić, że jeśli dziedziną funkcji wypukłej jest przedział otwarty, to jest ona ciągła. Podać przykład funkcji wypukłej określonej na przedziale $[0,1)$, która ma punkt nieciągłości.

202. Udowodnić, że jeśli $0 < x < \frac{11x+13y}{4}$, to $\frac{2\sqrt[3]{2}}{\pi}x < \sin x < x$.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 11 \\ 5 & 7 & -13 \\ 0 & 6 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 11 \\ 5 & 7 & -13 \\ 0 & 6 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & -2 & 11 \\ 5 & 7 & -13 \\ 0 & 6 & -1 \end{vmatrix} \quad \left\{\begin{matrix} 1 & -2 & 11 \\ 5 & 7 & -13 \\ 0 & 6 & -1 \end{matrix}\right]$$

203. Udowodnić, że $\ln x < \frac{1}{2}(x^2-1)$ dla $x \in (0,1) \cup (1,\infty)$ – x — y.

$$\frac{12}{15} \qquad 0 < x < \frac{11x+13y}{4} \qquad \frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{12}{7}}}$$

$f'(x)$ $f''(x)$ $f^{(n+5)}(x)$ $\lim e^{-x}$ $\lim_{x\to\infty} e^{-x}$

$$\lim_{x\to\infty} e^{-x}$$

$\lim\limits_{x\to\infty} e^{-x}$ Ala ma kota $\int x^3 dx$ $1+2+\cdots+k$ $1+2+\ldots+k$ $1+2+\vdots+k$ $1+2+\ddots+k$ $\emptyset$

204. Udowodnić, że równanie $\operatorname{tg} x = ax+b$ ma w przedziale $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ jedno, dwa lub trzy rozwiązania w zależności od wartości parametrów $a,b \in R$.

205.* Czy funkcja $x\ln x$ określona na $(0,\infty)$ jest wypukła?

206. Dane są liczby dodatnie a,b,c, nie wszystkie trzy są równe. Udowodnić, że

$$\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}\right)^{a+b+c} > a^a b^b c^c > \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^{a+b+c}.$$

207. Udowodnić, że jeśli $a,b>0$, to $(2-\sqrt{3})a^{2+\sqrt{3}} + (2+\sqrt{3})b^{2-\sqrt{3}} \geq 4\sqrt[4]{ab}$. Dla jakich a,b zachodzi równość?

208. Wykazać, że jeśli funkcja f jest wypukła na każdym z przedziałów $[a, b]$ i $[b, c]$ oraz ma skończoną pochodną w punkcie b, to jest wypukła na przedziale $[a, c]$. Podać przykład funkcji ciągłej świadczący o nieprawdziwości tezy bez założenia różniczkowalności funkcji w punkcie b.

209. Wykazać, że jeśli funkcja f jest ściśle wypukła i **nie** jest monotoniczna, to ma najmniejszą wartość i ta najmniejsza wartość jest przyjmowana w dokładnie jednym punkcie dziedziny f, przy czym jest to punkt wewnętrzny dziedziny.

ó ą ķ $\bar{z}$ $\overline{z^2 + w}$ $\quad a \leq b \quad a \leqslant b \quad \min(a, b) \quad min(a, b)$ š

D.E. Knuth „TeX Book” Overleaf Miktex Texworks