Może warto wywnioskować najpierw z tego, że iloraz różnicowy $\frac{f(y)-f(x)}{y-x}$ funkcji wypukłej jest funkcją niemalejącą każdego z dwóch argumentów, że jeśli f jest ściśle wypukła (oczywiście jej dziedziną jest jakiś przedział skończony lub nie, z niektórymi końcami lub bez nich) oraz $x_1 < x_2$, to wtedy $f'_+(x_1) < f'_-(x_2)$ oraz $f'_-(x) \leqslant f'_+(x)$ dla każdego punktu x z wnętrza dziedziny. Dodatkowo wynika stąd, że jeśli f jest ściśle wypukła, x jest punktem wewnętrznym jej dziedziny, to

$$(1) \qquad f(y) > f'_+(x)(y-x) + f(x), \text{ gdy } \quad y > x \quad \text{oraz} \quad f(y) > f'_-(x)(y-x) + f(x) \text{ gdy } y < x$$

dla każdego $y \neq x$, który jest w dziedzinie funkcji f. To powinno ułatwić zredagowanie rozwiązania zadania 209. f'_- to pochodna lewostronna, a f'_+ — prawostronna.

W zadaniu 209 zresztą brakuje założenia ciągłości funkcji. W punktach wewnętrznych swej dziedziny funkcja wypukła jest ciągła, co najłatwiej wywnioskować ze zdań wypisanych powyżej. Jednak w końcach jest inaczej: proszę o przykład. Co wtedy z prawdziwością twierdzenia? Za poprawną odpowiedź jakieś punkciki do "aktywności" pojawią się.

Zresztą uwagi z pierwszego akapitu ułatwiają też porządne zredagowanie rozwiązania zadania 204 (o przecinaniu jednej gałęzi wykresu funkcji tangens prostą).

211. Udowodnić, że jeśli warunek (1) jest spełniony dla każdego x z wnętrza przedziału, na którym zdefiniowana jest funkcja f, to jest ona wypukła.

212. Podać przykład takiej funkcji dwukrotnie różniczkowalnej $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, że $f(0) = 0 = f'(0)$, $xf(x) > 0$ dla każdego $x \neq 0$ i f nie jest wypukła ani wklęsła na żadnym przedziale, którego jednym z końców jest liczba 0.
Co jest styczną do wykresu funkcji f w punkcie $(0,0)$?

213. Na jakich przedziałach funkcja f zdefiniowana wzorem $f(x) = \sqrt[3]{\frac{7x^2-3}{9x^2-4}}$ dla $x \neq \pm\frac{2}{3}$ jest wypukła, a na jakich wklęsła? Co z monotonicznością f?
A może dałoby się naszkicować wykres f?
Uwaga: przedziały można sztucznie rozmnażać dopisując do listy podprzedziały (wypukła na $[1,2]$ jest też wypukła na $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ lub na $[0, 10^{-6})$), więc chodzi o maksymalne przedziały.