ZADANIA DOMOWE seria 3

termin oddania: 04.11.2010

Do zdobycia **50 punktów**. Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić ;)

1. (10pkt) Udowodnić, korzystając tylko z definicji granicy ciągu, że ciąg $(\frac{1}{\sqrt{n+1}})_{n\in\mathbb{N}}$ jest zbieżny i jego granica równa się 0.

2. (10pkt) Dane są dwa ciągi $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ i $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ równe prawie wszędzie (tzn. $a_m \neq b_m$ tylko dla skończenie wielu liczb naturalnych m). Udowodnić, że jeśli $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ jest ciągiem zbieżnym do granicy g, to $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ też jest ciągiem zbieżnym do tej samej granicy.

3. (10pkt) Dany jest ciąg $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ zbieżny do granicy g oraz $a_n \geq 0$ dla każdego $n \in \mathbb{N}$. Udowodnić (korzystając tylko z definicji granicy ciągu), że ciąg $(\sqrt{a_n})_{n\in\mathbb{N}}$ też jest ciągiem zbieżnym i jego granica jest równa $\sqrt{g}$.

4. Obliczyć granice następujących ciągów
   (a) (10pkt) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$.
   (b) (10pkt) $b_n = \frac{1+n^2}{1-2n^2}$.
   (c) (10pkt) $c_n = \dfrac{\binom{n}{2}}{\binom{n-1}{2}}$.

ZADANIA DOMOWE seria 3

termin oddania: 04.11.2010

Do zdobycia **50 punktów**. Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić ;)

1. (10pkt) Udowodnić, korzystając tylko z definicji granicy ciągu, że ciąg $(\frac{1}{\sqrt{n+1}})_{n\in\mathbb{N}}$ jest zbieżny i jego granica równa się 0.

2. (10pkt) Dane są dwa ciągi $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ i $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ równe prawie wszędzie (tzn. $a_m \neq b_m$ tylko dla skończenie wielu liczb naturalnych m). Udowodnić, że jeśli $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ jest ciągiem zbieżnym do granicy g, to $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ też jest ciągiem zbieżnym do tej samej granicy.

3. (10pkt) Dany jest ciąg $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ zbieżny do granicy g oraz $a_n \geq 0$ dla każdego $n \in \mathbb{N}$. Udowodnić (korzystając tylko z definicji granicy ciągu), że ciąg $(\sqrt{a_n})_{n\in\mathbb{N}}$ też jest ciągiem zbieżnym i jego granica jest równa $\sqrt{g}$.

4. Obliczyć granice następujących ciągów
   (a) (10pkt) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$.
   (b) (10pkt) $b_n = \frac{1+n^2}{1-2n^2}$.
   (c) (10pkt) $c_n = \dfrac{\binom{n}{2}}{\binom{n-1}{2}}$.