

ZADANIA DO PODUSZKI

1. Czy prawdziwe są zdania:

- (a) Jeśli liczba a dzieli się przez 3, to z faktu, że nie dzieli się przez 3 wynika, że a dzieli się przez 5.
- (b) Jeśli liczba a dzieli się przez 2 i przez 7, to z faktu, że nie dzieli się przez 7 wynika, że a dzieli się przez 3.
- (c) Jeśli figura F jest czworokątem i F ma wszystkie boki równe, to z faktu, że F jest czworokątem wynika, że F ma boki równe.

2. Czy dla dowolnych zbiorów A, B, C , prawdziwe są następujące zdania:

- (a) Jeśli $A \not\subseteq B$ i $B \not\subseteq C$, to $A \not\subseteq C$?
- (b) Jeśli $A \in B$ i $B \in C$, to $A \in C$?

3. Czy istnieją zbiory A, B, C takie, że $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ i $(A \cap B) \setminus C = \emptyset$?

4. Wykazać, że następujące wyrażenia są tautologiami:

- (a) $(\neg p \implies p) \implies p$.
- (b) $\neg p \implies (p \implies p)$.
- (c) $((p \implies q) \wedge \neg q) \implies \neg p$.
- (d) $((p \implies q) \wedge p) \implies q$.

5. Sprawdzić czy następujące wyrażenia są tautologiami:

- (a) $((p \implies q) \wedge (q \implies r)) \implies (p \implies r)$.
- (b) $(p \implies q) \implies ((p \wedge r) \implies q)$.
- (c) $p \implies (\neg p \vee q)$.
- (d) $((p \implies q) \wedge (q \implies p)) \implies (p \vee q)$.

6. Udowodnić, że jeśli wyrażenie Ψ jest tautologią, to wyrażenie $\Phi_1 \implies (\Phi_2 \implies \dots \implies (\Phi_{2009} \implies \Psi) \dots)$ także jest tautologią.

ZADANIA DOMOWE

1. (10pkt)

- (a) Zdefiniować iloczyn zbiorów \cap przy pomocy różnicy symetrycznej \div i sumy \cup .
- (b) Zdefiniować sumę zbiorów \cup przy pomocy różnicy \setminus i różnicy symetrycznej \div zbiorów.

2. (10pkt) Rozstrzygnąć, czy dla dowolnego zbioru X , następujące zdania są prawdziwe:

- (a) Dla dowolnego podzbioru $A \subseteq X \times X$ iloczynu kartezjańskiego $X \times X$, istnieją podzbiory $B, C \subseteq X$ takie, że $A = B \times C$?
- (b) Czy dla dowolnych podzbiorów $A, B \subseteq X$, $(X \times X) \setminus (A \times B) = (X \setminus A) \times (X \setminus B)$?

3. (10pkt)

- (a) Zdefiniować alternatywę \vee przy pomocy koniunkcji \wedge i negacji \neg .
- (b) Zdefiniować implikację \implies przy pomocy koniunkcji \wedge i negacji \neg .

4. (10pkt) Udowodnić, że jeśli formuły $p \vee q$ oraz $\neg p \vee r$ są prawdziwe, to formuła $q \vee r$ też jest prawdziwa.

5* (15pkt) Udowodnić, że dla dowolnych elementów a, b, c, d następujące warunki są równoważne:

- (a) $\{\{\{a\}, \emptyset\}, \{\{b\}\}\} = \{\{\{c\}, \emptyset\}, \{\{d\}\}\}$.
- (b) $a = c$ i $b = d$.