ZADANIA DOMOWE seria 13

Do zdobycia **30 punktów**.

1. (10pkt) Niech $f\colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ będzie funkcją taką, że $f(\langle n, m\rangle) = 2^n \cdot 3^m$.
   (a) (4pkt) Czy f jest funkcją różnowartościową?
   (b) (3pkt) Czy f jest na zbiór $\mathbb{N}$?
   (c) (3pkt) Znaleźć $\overleftarrow{f}[\{18\}]$.

   Przypominam, że $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$.

2. (10pkt) Na ile sposobów można umieścić 9 ponumerowanych kul w 4 ponumerowanych komórkach tak, by
   (a) (5pkt) w pierwszej komórce była dokładnie jedna kula?
   (b) (5pkt) w pierwszej komórce była dokładnie jedna kula i w drugiej komórce były dokładnie dwie kule?

3. (10pkt) Udowodnić, że

$$\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} = n^2 \binom{2n-2}{n-1}$$

4. (10pkt) Ile jest permutacji zbioru $\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ takich, że 0 i 1 stoją obok siebie?

ZADANIA DOMOWE seria 13

Do zdobycia **30 punktów**.

1. (10pkt) Niech $f\colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ będzie funkcją taką, że $f(\langle n, m\rangle) = 2^n \cdot 3^m$.
   (a) (4pkt) Czy f jest funkcją różnowartościową?
   (b) (3pkt) Czy f jest na zbiór $\mathbb{N}$?
   (c) (3pkt) Znaleźć $\overleftarrow{f}[\{18\}]$.

   Przypominam, że $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$.

2. (10pkt) Na ile sposobów można umieścić 9 ponumerowanych kul w 4 ponumerowanych komórkach tak, by
   (a) (5pkt) w pierwszej komórce była dokładnie jedna kula?
   (b) (5pkt) w pierwszej komórce była dokładnie jedna kula i w drugiej komórce były dokładnie dwie kule?

3. (10pkt) Udowodnić, że

$$\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} = n^2 \binom{2n-2}{n-1}$$

4. (10pkt) Ile jest permutacji zbioru $\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ takich, że 0 i 1 stoją obok siebie?