

Kognitywistyka, zadania 2, szeregi

1. Zapisz wyrażenia przy użyciu znaku sumy: a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{4}{9} + \frac{5}{11}$. b) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{8}{3}$.

2. Oblicz $\sum_{n=1}^9 \sum_{k=1}^9 k \cdot n = 2025$.

3. Oblicz sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1$, c) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1})^n$, d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{100}{5^n}$, e) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{5^{n-2}}{6^{n+1}}$, f) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}$.

4. Wykaż, że szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest rozbieżny, jeśli: a) $a_n = (-1)^n \frac{n+1}{n+3}$, b) $a_n = (\frac{2n^2-3}{2n^2+1})^{n^2}$.

5. Zbadaj zbieżność szeregu:

$\alpha)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$, $\beta)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{nn^n}$, $\gamma)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n)!}$, $\delta)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^5}$, $\epsilon)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n!}$,
 $\zeta)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2/3}}{100}$, $\eta)$ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\ln^n n}$, $\vartheta)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+n}{n!+2}$, $\iota)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^3}$, $\kappa)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \ln n}{n^3+1}$,
 $\lambda)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{4n+5}}{n^n}$, $\mu)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 n!}{(2n)!}$, $\nu)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^2 n!}$, $\xi)$ $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n!}{n^n})^n$, $\omicron)$ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^n}{\ln^n n}$,
 $\pi)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n n}{n^2}$, $\rho)$ $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{3n+2})^n$, $\sigma)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{0.02}$, $\tau)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n(n+1)}$, $\upsilon)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})$,
 $\varphi)$ $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$, $\chi)$ $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n (\frac{n}{n+1})^{n^2}$, $\psi)$ $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{n+1})^n$, $\omega)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \dots \cdot n^2}{(4n-3)!!}$.

6. Zbadaj zbieżność bezwzględną i zbieżność warunkową szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$, a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{6n-5}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^3}{2^n}$, c) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n (\frac{n}{n+1})^{n^2}$, ć) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$,
d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \sqrt[3]{n}}$, e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (n+2)}{n}$, e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n}$, f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$, g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{3/2}}$,
h) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\ln n}$, i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$, j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi/6)}{n^2}$, k) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{2}$, l) $\sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{n\pi}{2}$,
ł) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n!}$, m) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(-3)^n}$, n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^2}$, ó) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(-2)^n}$, o) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n(n+1)}}$,
ó) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{n^3+1}$, p) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (n+2)}{n(n+1)}$, r) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n}$, s) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi/7)}{n^3}$, ś) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n(n+1)}{(n+2)^3}$,
t) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n(n+1)}{(n+2)^4}$, u) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$, w) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^n}{n!}$, y) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n+3}$, z) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{3/2}}$,
ż) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2+3)}{n^3+4}$, ź) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n^2+n+1}}$.