SPRAWY DO PRZEMYŚLENIA PRZED EGZAMINEM (USTNYM) Z MN DLA II ROKU INFORMATYKI.
ODPOWIEDZI NA WSZYSTKIE PYTANIĄ ZWIĄZANE Z TYM SPISEM ZAGADNIEŃ ZNAJDZIESZ NA PRZYKŁAD W "SKRYPCIE".

Tekst zrewidowany dnia 25 stycznia 2005, z punktu widzenia wykładu z roku 2004/2005

1. **PODSTAWOWE POJĘCIA, KTÓRE WARTO SOBIE PRZYPOMNIEĆ.** Przestrzeń liniowa, norma elementu, iloczyn skalarny (rzeczywisty i zespolony), przestrzeń unitarna, przestrzeń zupełna, przestrzeń Banacha, przestrzeń Hilberta. Iloczyn skalarny i norma "z wagą". Przestrzeń silnie unormowana. Norma operatora w przestrzeniach Banacha - w szczególności norma macierzy. Najczęściej używane normy w przestrzeni euklidesowej (rzeczywistej, zespolonej); przykłady, własności; odpowiadające im normy macierzy. Przestrzeń funkcji ciągłych nad zbiorem zwartym i jej norma "naturalna".

   Wielomiany i działania na nich. W szczególności "Schemat Hornera"

2. **APROKSYMACJA.** Zadanie aproksymacji, na czym polega. Najlepsza aproksymacja - kiedy istnieje element najlepszej aproksymacji (ena); co wiemy na temat jego jednoznaczności. Twierdzenie Jacksona.

   Interpolacja jako rodzaj aproksymacji. Interpolacja Lagrange'a i Hermite'a. Różne algorytmy, ich ocena. Oszacowanie błędu interpolacji w zależności od gładkości funkcji interpolowanej. Interpolacja trygonometryczna.

   Dyskretna transformata Fouriera, jej własności i najważniejsze zastosowania. Algorytm FFT.

   Aproksymacja w przestrzeni Hilberta, rzut ortogonalny i jego operator. Własności operatora rzutu a w szczególności operatora rzutu ortogonalnego na podprzestrzeń. Konstrukcja rzutu ortogonalnego na podprzestrzeń skończonego wymiaru.

3. **ORTOGONALNOŚĆ I JEJ KONSEKWENCJE.** Algorytmy ortogonalizacji Gramma-Schmidta (G-S)- "klasyczny" i "poprawiony". Algorytm (G-S) jako rozkład QR macierzy (na ogół) prostokątnej.

   Zadanie LZNK. Układ normalny i jego własności. Sposoby rozwiązywania zadania LZNK poprzez układ normalny i przez rozkład QR; porównanie.

   Wielomiany ortogonalne, formuła 3-członowa, ważne przykłady. Własności ekstremalne różnych wielomianów ortogonalnych, w szczególności wielomianów Czebyszewa I-go rodzaju.

4. **UKŁADY RÓWNAŃ ALGEBRAICZNYCH LINIOWYCH.** Współczynnik uwarunkowania macierzy i jego rola w numeryce układów równań liniowych. Główne metody "skończone" - przypomnienie z I roku. Metody iteracyjne i motywacja ich stosowania. "Metody klasyczne": metoda Richardsona ze stałym współczynnikiem relaksacji, metoda Jacobiego, Gaussa-Seidela, nad-pod relaksacja; zbieżnośc tych metod. (Twierdzenie o zbieżności metod w postaci "kanonicznej".)

   Uogólniona metoda Richardsona, metody: Czebyszewa (2 i 3 poziomowa), CGMR, CGME; informacja o wersji poprawionej (G.Goluba). Porównanie metod typu "CG" z metodą Czebyszewa. Oszacowanie błędu i szybkość zbieżności metod typu "CG"; porównanie z optymalną wersją klasycznej iteracji Richardsona.

5. **KWADRATURY NUMERYCZNE.** Kwadratury proste, złożone, interpolacyjne; przykłady (kwadratury Newtona - Cotes'a). Rząd kwadratury. Pojęcie zbieżności ciągu kwadratur. Twierdzenia o zbieżności; zastosowanie w przypadku kwadratur prostych i złożonych. Kwadrtury Gaussa, ich rząd i zbieżność.

6. **PRZYBLIŻONE ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ NIELINIOWYCH.** Ogólne sformułowanie problemu, przykłady. Metody iteracyjne; przykłady. Iteracja "prosta" i Twierdzenie Banacha o punkcie stałym (wersja lokalna i globalna). Rząd iteracji i charakter zbieżności metod w zależności od rzędu. Pochodna Frechet'a, "abstrakcyjna" metoda Newtona; przypadek jednowymiarowy. Rząd metody Newtona.

7. **RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE ZWYCZAJNE I ICH NUMERYKA.** Równanie różniczkowe, kwestia jednoznaczności rozwiązania; zagadnienia stawiane dla równania różniczkowego: zagadnienie Cauchy'ego, zagadnienie brzegowe (przykłady). Twierdzenie lokalne o istnieniu i jednoznaczności dla zagadnienia Cauchy'ego - szkic dowodu. Schematy różnicowe "wielokrokowe", rząd schematu. Co jest potrzebne dla zbieżności. Schematy otwarte i zamknięte; przykład: schematy Eulera. Posługiwanie się schematem otwartym i schematem zamkniętym. Zbieżność metody iteracji prostej dla schematu zamkniętego (Eulera). O wyższości schematów zamkniętych nad schematami otwartymi: "stabilność absolutna", obszar stabilności absolutnej (OSA); przykłady: OSA dla "Eulera" otwartego i zamkniętego.

NIE ZASZKODZI OBEJRZEĆ TO TAKŻE PRZED EGZAMINEM PISEMNYM

WSZYSTKIM ŻYCZĘ POWODZENIA!!!