

Kwadraty macierzy kwadratowych

Zadanie zaliczeniowe z SMV, 18 kwietnia 2011

Termin przesyłania rozwiązań: 9 maja 2011

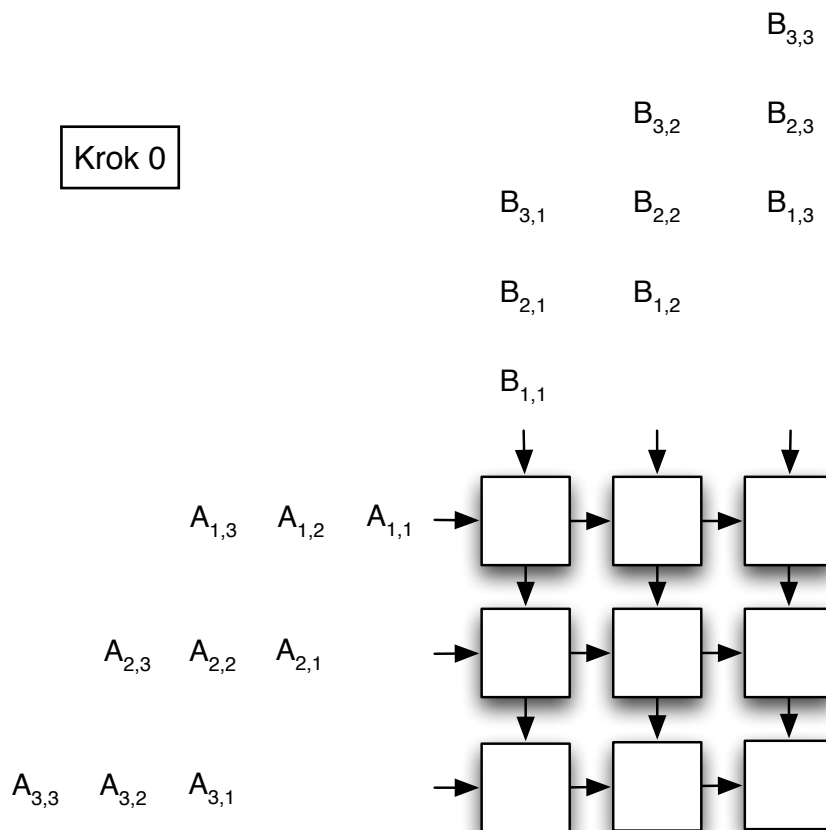
1. Wstęp

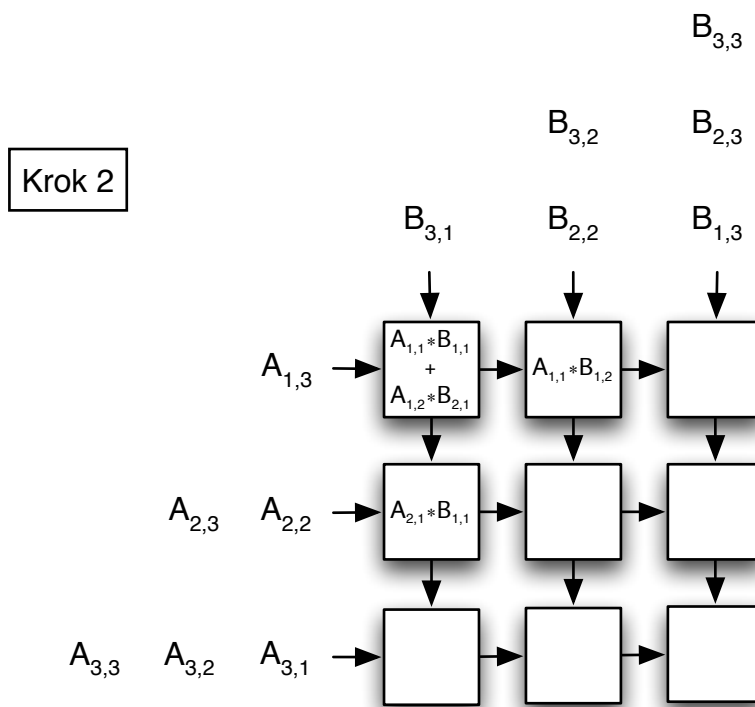
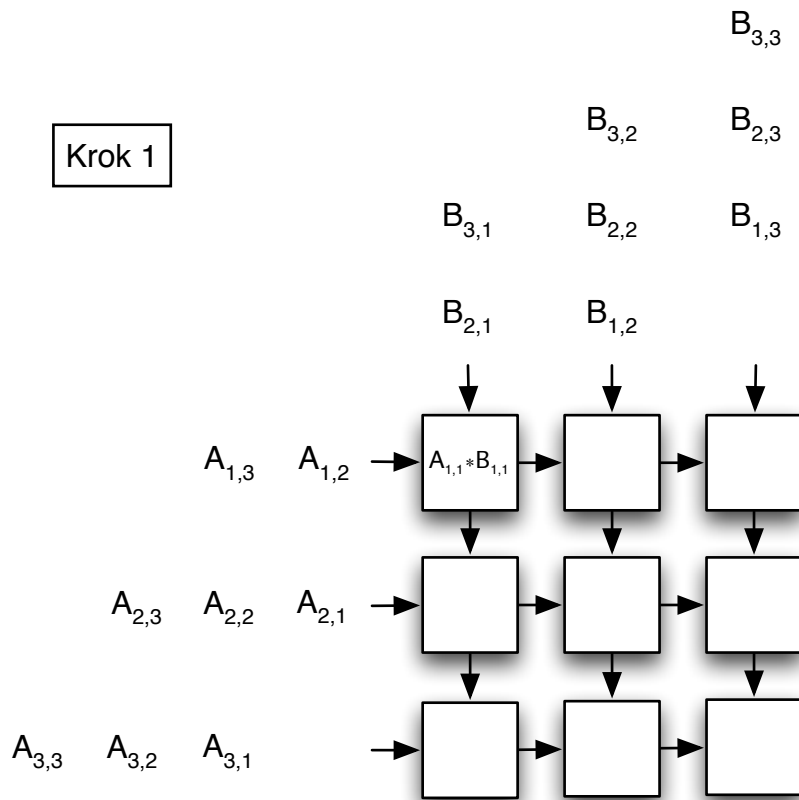
Zadanie polega na zamodelowaniu sieci, która potrafi przechowywać kwadratowe macierze binarne i podnosić je do kwadratu.

Aby na maszynie równoległej pomnożyć przez siebie dwie kwadratowe macierze:

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} \end{bmatrix}$$

można użyć kwadratowej sieci procesorów, której przekazuje się kolejno kolumny i wiersze odpowiednio obróconych i "przekrzywionych" macierzy do pomnożenia. Oto ilustracja pierwszych kroków działania takiej sieci i kolejno przekazywanych jej danych:

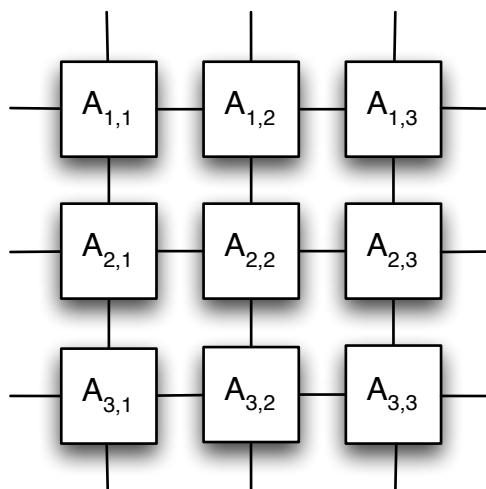




..itd. W ten sposób, po $3n-2$ krokach, w sieci znajduje się iloczyn podanych macierzy.

2. Zadanie

Napisz moduł SMV, który w sieci komórek przechowuje binarną (tzn. nad dwuelementowym ciałem Z_2) macierz kwadratową o rozmiarze $N \times N$:



i korzysta z algorytmu równoległego opisanego powyżej, aby w liniowej liczbie kroków podnieść przechowywaną macierz do kwadratu (tj. pomnożyć ją przez samą siebie).

Następnie, korzystając z dowolnie wybranych technik weryfikacji dostępnych w SMV, wykonaj dla dwóch różnych $N > 1$ następujące zadania:

- 1) Znajdź macierz, w której jest więcej niż N jedynek i która podniesiona do kwadratu daje macierz jednostkową (tzn. taką, gdzie na przekątnej znajdują się same jedynki a poza przekątną same zera), albo udowodnij, że taka macierz nie istnieje,
- 2) Udowodnij, że każda macierz, która na przekątnej i poniżej przekątnej ma same zera, jest nilpotentna, tzn. podniesiona do kwadratu pewną liczbę razy daje macierz zerową,

Postaraj się wykonać te zadania dla jak największej wartości N .

3. Wersja ratunkowa (za połowę punktów)

Jeśli zadanie okaże się za trudne, to spróbuj zamodelować przechowywanie i podnoszenie do kwadratu macierzy kwadratowych w dowolny sposób, niekoniecznie w liniowej liczbie kroków za pomocą sieci komórek. Za to, poza dwoma zadaniami wymienionymi powyżej:

- 3) Znajdź macierz, w której są jakieś jedynki poza przekątną i która podniesiona do kwadratu daje samą siebie, albo udowodnij, że taka macierz nie istnieje.