

**Ćwiczenia – 12.03.2012.**

*Te zadania robiliśmy na ćwiczeniach 12 marca.*

**Zadanie 1.** Niech  $K$  będzie zbiorem wypukłym zaś  $\mathcal{Ext}(K)$  – zbiorem jego punktów ekstremalnych. Pokazać, że  $a \in \mathcal{Ext}(K) \Leftrightarrow (\forall b \in X a + b \in K \text{ i } a - b \in K) \Rightarrow b = 0$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć punkty ekstremalne kuli jednostkowej w  $l_p$  dla  $1 \leq p \leq \infty$ .

**Zadanie 3.** Znaleźć punkty ekstremalne zbioru funkcji wypukłych zawartych w kuli jednostkowej w  $C[0, 1]$ .

**Zadanie 4.** Pokazać, że jeśli  $A$  jest zbiorem ograniczonym, to  $(A^p)^d$  też.

**Zadanie 5.** Jeśli  $X$  – skończenie wymiarowa i  $T : X \rightarrow Y$  – operator liniowy, to żeby stwierdzić, że jest ciągły wystarczy pokazać, że dla każdego punktu ekstremalnego  $e_i$  kuli jednostkowej w  $X$  zachodzi nierówność  $\|Te_i\| \leq M\|e_i\|$  dla pewnej stałej  $M$ . Dlaczego to podejście nie jest dobre w przestrzeniach nieskończenie wymiarowych?