Zasada szufladkowa Dirichleta

część II — zadania geometryczne

1. Udowodnij, że w dowolnym wielościanie

(a) pewne dwa wierzchołki

(b) pewne dwie ściany

mają tyle samo krawędzi.

2. W kole o promieniu 1 wybrano 7 punktów. Udowodnij, że pewne 2 spośród nich są odległe o co najwyżej 1.

3. We wnętrzu trójkąta równobocznego o boku 2 wybrano 5 punktów. Udowodnij, że pewne 2 spośród nich są odległe o co najwyżej 1.

4. We wnętrzu trójkąta równobocznego o boku 12 wybrano 300 punktów, z których żadne 3 nie leżą na jednej prostej. Udowodnij, że pewne trzy z tych punktów tworzą trójkąt o obwodzie nie większym niż 3.

5. We wnętrzu kwadratu o boku 1 wybrano 101 punktów, z których żadne 3 nie leżą na jednej prostej. Wykaż, że pewne trzy z tych punktów tworzą trójkąt o polu nie większym niż 0,01.

6. Każdy wierzchołek jedenastokąta foremnego pomalowano na jeden z czterech kolorów. Udowodnij, że można wybrać pięć kolejnych wierzchołków, pomalowanych co najwyżej trzema kolorami.

7. Każdy punkt okręgu pomalowano na jeden z dwóch kolorów. Wykaż, że istnieje trójkąt równoramienny, wpisany w ten okrąg, o wszystkich trzech wierzchołkach jednego koloru.

8. Na płaszczyźnie danych jest 6 punktów, z których żadne trzy nie są współliniowe. W każdym trójkącie wyznaczonym przez pewną trójkę tych punktów najkrótszy bok malujemy na żółto. Udowodnij, że istnieje trójkąt o wszystkich bokach żółtych.

9. W pewnym kraju jest 66 miast, z których każde dwa połączone są jednym z czterech środków komunikacji: koleją, autobusami, linią lotniczą lub żeglugą śródlądową. Udowodnij, że pomiędzy pewnymi trzema miastami można odbyć podróż „po trójkącie”, korzystając tylko z jednego środka komunikacji.