

Niech  $d_e$  będzie metryką Euklidesową na płaszczyźnie  $\mathbb{R}^2$ .

Niech  $p : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  będzie rzutowaniem na oś  $x$ , czyli  $p(x, y) = (x, 0)$ .

Niech  $d_r : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją określoną wzorem

$$d_r(a, b) := \begin{cases} d_e(a, b) & \text{jeśli } p(a) = p(b), \\ d_e(a, p(a)) + d_e(p(a), p(b)) + d_e(b, p(b)) & \text{w przeciwnym razie.} \end{cases}$$

**Zadanie 1.** Sprawdź, że  $d_r$  jest metryką.

**Zadanie 2.** Niech  $\{z_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  będzie ciągiem punktów z  $\mathbb{R}^2$ . Uzasadnij, że następujące warunki są równoważne:

- Ciąg  $z_n$  zbiega do punktu  $z = (z_x, z_y)$  w metryce  $d_r$ .
- Ciąg  $z_n$  zbiega do punktu  $z = (z_x, z_y)$  w metryce euklidesowej. Jeśli  $z_y \neq 0$  to dla dostatecznie dużych  $n$  elementy ciągu  $z_n$  leżą na prostej

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = z_x\}$$