



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
%      File: zad.tex %      Created: Tue Nov 30 10:00 PM 2010 C % Last Change: Tue Nov
30 10:00 PM 2010 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 27cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt
headheight 0pt headsep 0pt usepackage{polish}{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol}
% ----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{}
newenvironment{proof}[1][Dowód. ]{noindenttextsc{#1}}{nolinebreak[4]hfill$blacksquare$\par}
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{noindenttextsc{#1}}{hfillpar}
newenvironment{problem}{noindenttextsc{Zadanie}}{hfillpar} defdeg{^{\circ}}
defsource#1{qquadŹródło: #1} %subimport{../}{style} include{style} begin{document}
setlength{topmargin}{-0.5in} section{Stare OMy} begin{enumerate} item begin{problem}
    Na okręgu obrano  $n > 2$  punktów i~każdy z~nich połączono odcinkiem
z~każdym innym. Czy można wykreślić wszystkie te docinki jednym ciągiem tak, żeby
koniec ostatniego odcinka był początkiem pierwszego wykreślonego?
emph{source{III OM}} end{problem} item begin{problem} Dowieść, że
kwadrat można podzielić na dowolną większą od  $5$  liczbę kwadratów, ale nie można
go podzielić na  $5$  kwadratów. emph{source{XVI OM}} end{problem} item
begin{problem} W~przestrzeni leży  $2n$  punktów. Udowodnić, że istnieje taka
płaszczyzna, nie przechodząca przez żaden z~tych punktów, że w~każdej
z~półprzestrzeni, na które dzieli ona przestrzeń, leży  $n$  punktów.
emph{source{XVIII OM}} end{problem} item begin{problem} Udowodnić,
```

że przy każdym podziale płaszczyzny na trzy zbiory w~co najmniej jednym z~nich istnieją dwa punkty odległe o~\$1\$. `emph{source{XXI OM}}` `end{problem}` `item`

`begin{problem}` Znaleźć największą liczbę naturalną k o~następującej własności: istnieje k takich różnych podzbiorów zbioru n -elementowego, że każde dwa mają część wspólną. `emph{source{XXI OM}}` `end{problem}` `item`

`begin{problem}` W~wielościan wypukły można wpisać sferę. Ściany tego wielościanu można pokolorować dwoma kolorami tak, że ściany jednego koloru nie mają wspólnych krawędzi. Uzasadnić, że suma pól ścian jednego koloru jest równa sumie pól ścian drugiego koloru. `emph{source{XXVI OM}}` `end{problem}` `item`

`begin{problem}` Antek i~Czeczko grają w~następującą grę: na tablicy napisana jest liczba całkowita dodatnia n . Gracz, na którego przypada kolejka wybiera dzielnik d ($d \neq n$) liczby n i~zmienia liczbę na $n-d$. Gracz, który dostaje na tablicy $n=1$ przegrywa. Antek zaczyna, potem gracze wykonują ruchy naprzemiennie. Zakładając, że Czeczko ogarnia, dla jakich n Antek wygra z~nim? `emph{source{XXVII CzeczkoOM}}` `end{problem}` `item`

`begin{problem}` W~turnieju Doty uczestniczy $2n$ ($n > 1$) zawodników. Turniej składa się z~pojedynków jeden-na-jeden, każda para zawodników rozgrywa co najwyżej jeden. Dowieść, że jeśli żadna trójka nie rozegrała pomiędzy sobą wszystkich trzech partii to liczba rozegranych partii nie przekracza n^2 . `emph{source{XXXVII OM}}` `end{problem}` `item`

`begin{problem}` Na szachownicy o~wymiarach 1000×1000 pokolorowanej standardowo wybrano 1000 -polowy zbiór A . Udowodnić, że jeśli pomiędzy każdymi dwoma punktami z~ A istnieje droga złożona z~sąsiadujących bokami~pól A , to A zawiera co najmniej 250 pól białych. `emph{source{XXXVIII OM}}` `end{problem}` `item`

`begin{problem}` Rozważamy grę w~"samotnika": na nieskończonej szachownicy stoją piony, tworząc prostokąt o~liczbie pól podzielnej przez 3 . Jeżeli na dwóch polach mających wspólny bok stoją piony, a~kolejne (w~linii pionowej lub poziomej) pole jest puste, to możemy te piony usunąć i~postawić pion na trzecim z~pól. Udowodnij, że nie da się w~ten sposób uzyskać sytuacji, gdy na szachownicy jest tylko jeden pion. `emph{source{XXXIV OM}}` `end{problem}` `end{enumerate}` `end{document}`