



Kąty proste a okręgi

KÓŁKO I LO BIAŁYSTOK
20 STYCZNIA 2014

Wersja WSTĘPNA — uwaga!

ZADANIE 1

Trójkąt ABC jest ostrokątny, Uzasadnij, że wysokości w trójkącie ABC przecinają się w jednym punkcie.

1. Niech AD i BE oznaczają dwie z wysokości. Oznacz przez H ich punkt przecięcia. Niech F oznacza rzut punktu H na AB , tzn. F leży na AB i HF jest prostopadłe do AB .
2. Uzasadnij, że istnieje okrąg przechodzący przez A, B, D, E . Wskazówka: trójkąty ABE i ADB są prostokątne. Podobnie uzasadnij, że istnieje okrąg przechodzący przez punkty C, D, E, H .
3. Użyj wyżej znalezionych okręgów do obliczenia, że

$$\sphericalangle DCH = \sphericalangle DEH = \sphericalangle DAB.$$

Oblicz teraz, że $\sphericalangle DHC = \sphericalangle FHA$, co kończy dowód (dlaczego?).

ZADANIE 2

W trójkącie ostrokątnym ABC zachodzi $\sphericalangle ACB = 60^\circ$. Punkt M jest środkiem boku AB . Niech D oznacza rzut punktu A na BC (patrz poprzednie zadanie), zaś E oznacza rzut punktu B na AC . Oblicz miary kątów w trójkącie DEM .

ZADANIE 3

Niech H będzie punktem przecięcia wysokości w trójkącie ostrokątnym ABC . Niech D, E, F oznaczają rzuty punktów A, B, C na boki BC, CA, AB odpowiednio. Uzasadnij, że HD jest dwusieczną kąta EDF .