



## Kupą mości panowie!

### epizod II

KÓŁKO I LO BIAŁYSTOK

9 MARCA 2013

---

#### ZADANIE 1 Z POPRZEDNIEGO KÓŁKA

Wykaż, że kwadrat obwodu trójkąta jest większy niż dwunastokrotność jego pola.

\* \* \* \* \* \*\*\*\*\*

**ZADANIE 2** V PTM, GIMN KORESP. – UWAGA! TEN ETAP WCIĄŻ TRWA, NIE POKAZYWAĆ ROZWIĄZAŃ!  
Czy więcej dzielników dodatnich liczby  $2013^{2013}$  kończy się jedynką, czy trójką? Odpowiedź uzasadnij.

#### ZADANIE 3

Wykaż, że jeśli  $p$  jest liczbą pierwszą, to równanie

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{p}.$$

ma dokładnie trzy rozwiązania w liczbach naturalnych dodatnich  $x, y$ .

#### ZADANIE 4

Czworokąt  $ABCD$  jest wpisany w okrąg  $\omega$ . Wykazać, że dwusieczne kątów  $\sphericalangle ACB$  i  $\sphericalangle ADB$  przecinają się w punkcie leżącym na okręgu  $\omega$ .

*Przed eliminacjami i PTMem.*

*Ogólnie do jednego i drugiego potrzeba mało teorii, teoretycznie osoby z różnych szkół bez teorii muszą dać radę poradzić sobie. Ale teoria oczywiście pomaga.*

*Proponowałbym spróbować poczytać [123infy.pdf](#) (na stronie po lewej, z królikiem), a szczególnie początek i pierwsze trzy zadania z sekcji “Algebra” oraz podsekcje “Kongruencje” w Teorii liczb i “Zasada szufladkowa Dirichleta” w kombinatoryce. Są one przyjazne użytkownikowi (tylko kongruencje wprowadzają coś istotnie nowego), a w razie czego służę pomocą mailową.*

*Yogi*