Małe twierdzenie Fermata

MARIA BANEL

4 LISTOPADA 2013

ZADANIE 1

Niech p będzie liczbą pierwszą, a a będzie liczbą całkowitą niepodzielną przez p.

1. Udowodnij, że liczby $\{0 \cdot a, 1 \cdot a, \dots, (p-1) \cdot a\}$ dają różne reszty z dzielenia przez p.
2. Udowodnij małe twierdzenie Fermata: $a^{p-1} \equiv 1 \; mod \; p$.
3. Wywnioskuj, że dla wszystkich liczb całkowitych a zachodzi $a^p \equiv a \; mod \; p$.

ZADANIE 2

Uzasadnij, że jeśli $NWD(a, 105) = 1$, to $7|a^6 - 1$, $3|a^2 - 1$, $5|a^4 - 1$.

ZADANIE 3

Udowodnij, że jeżeli n jest liczbą całkowitą, to $30|n^5 - n$.

ZADANIE 4

Wykaż, że $3|a^3 + 3a^2 + 2a$ dla $a \in N$.

ZADANIE 5

Niech $n \geq 1$ będzie liczbą naturalną, zaś $x_1, x_2, \dots, x_n$ liczbami całkowitymi, których suma dzieli się przez 10. Udowodnić, że liczba ${x_1}^5 + {x_2}^5 + \cdots + {x_n}^5$ jest również podzielna przez 10.