I seria zadań

kółko I LO Białystok

9 – 16 października 2012

Zadanie 1

Udowodnić, że wśród 50 osób pewne 8 urodziło się w tym samym dniu tygodnia.

Zadanie 2

Wykazać, że wśród dowolnych siedmiu liczb naturalnych istnieją takie liczby a, b, że $10 \big| a^2 - b^2$.

Zadanie 3

Przy okrągłym stole ma usiąść 2009 ambasadorów. Na stole poustawiano proporczyki z nazwiskami, a następnie posadzono przy stole ambasadorów, ale tak, że żaden nie siedział na swoim miejscu. Udowodnić, że można tak obrócić stół, żeby przynajmniej 2 ambasadorów siedziało na swoich miejscach.

Zadanie 4

Wykazać, że wśród naturalnych potęg 7 istnieje taka, której zapis dziesiętny kończy się na 01.

Zadanie 5

Dla których liczb naturalnych n istnieje liczba postaci $111\dots1$ podzielna przez n?

Zadanie 6

Wykazać, że wśród $n+1$ liczb naturalnych ze zbioru $\{1, 2, \dots, 2n\}$ istnieje para liczb różniących się o n.

Zadanie 7

Wykazać, że wśród $n+1$ liczb naturalnych ze zbioru $\{1, 2, \dots, 2n\}$ istnieje liczba, która dzieli inną liczbę z tego zbioru.

Zadanie 8

1. Uczestnicy obozu ILO CAMP poznają się na facebooku lub "w realu". Uzasadnić, że wśród każdych sześciu z nich istnieje trójka, w której każde dwie osoby poznały się tak samo.
2. Pomiędzy każdymi z dwoma z 17 planet istnieje połączenie hiperprzestrzenne. Połączenia są obsługiwane przez firmy: "UFO ltd.", "NASA shuttle", "Overlord transport". Uzasadnić, że pomiędzy pewnymi trzema planetami **wszystkie** połączeniami są obsługiwane przez tę samą firmę.

Zadanie 9

W trójkącie równobocznym o boku 12 umieszczono 300 punktów, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej. Udowodnij, że pewne trzy z nich tworzą trójkąt o polu mniejszym niż $\frac{1}{2}$ i obwodzie nie większym niż 3.

Zadanie 10

Danych jest 10001 różnych liczb naturalnych. Uzasadnij, że istnieje setka liczb, której suma jest podzielna przez 100.