

## Zadania różne

### Zadania z dolnej półki

1. Obliczyć resztę z dzielenia

$$3^{3^{3^3}}$$

przez 13.

2. Liczby  $p \neq q$  są pierwsze, ponadto zachodzi

$$q \equiv 1 \pmod{p} \text{ i } p^2 \equiv 1 \pmod{q}$$

Udowodnić, że  $p = 2$  i  $q = 3$ .

3. Wykazać, że tylko dla skończonego wielu liczb naturalnych  $n$  liczba

$$\left[ \frac{n^2}{3} \right]$$

jest pierwsza, gdzie  $[x]$  oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od  $x$ .

4. Prostopadłościan ma boki długości  $a, b, c$ . Udowodnić, że jego objętość nie przekracza  $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$ .

### Zadania dla Mateusza

1. Na kartce dla Mateusza :)