



[
Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
%      File: 1610.tex %      Created: Sun Oct 14 09:00 PM 2012 C % Last Change: Sun Oct
14 09:00 PM 2012 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[verbose, textwidth=16cm,
texheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem}
setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdftborder={0 0
0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -----
vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full
h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newcommand{HRule}{rule[linewidth]{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm}
stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm}
includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture}
end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center
#1} vskip 1mm small normalfont sc author{\ date{
end{center} end{minipage} end{center} HRule } pagestyle{empty}
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } {hfillpar}
newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][{ stepcounter{problem} vskip 3mm
noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}} } { par } defabs #1{leftvert #1rightvert}
renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}}
renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots}
defsectionwidth{6cm} defheadpicture{../micek-2cm} defauthor{kółko I~LO Białystok}
defdate{16 października 2012} begin{document} section{large Najmocniejsze twierdzenie
stereometrii i~koledzy} Oczywiście odnośnikiem do zadań ze stereometrii jest
```

emph{V.~V.~Prasolow ``Problems in plane and solid geometry" volume 2}. Zadania spotykane na OMie są jednak zwykle dużo prostsze od tego, co można tam spotkać. Ogólną metodą rozwiązywania tych zadań jest wyobrażanie sobie sytuacji przestrzennej i/lub sprowadzanie zadań do zadania z geometrii płaszczyzny przez rzutowanie czy przecięcie z płaszczyzną.

begin{problem} Środki krawędzi czworościanu są wierzchołkami wielościanu. Udowodnij, że trzy długie przekątne tego wielościanu przecinają się w jednym punkcie. end{problem}

begin{problem}[(Prasolov, 2.1)] Przekątna AC_1 sześciianu $AB_1C_1D_1A_1B_1C_1D_1$ przecina płaszczyznę A_1BD w punkcie M . Uzasadnij, że $AM = \frac{1}{3} \cdot AC_1$. end{problem}

begin{thm}[Twierdzenie o trzech prostopadłych, szczególny przypadek] Prosta l , nie prostopadła do płaszczyzny π , przecina π w P . Uzasadnij, że jeśli l' jest rzutem tej prostej na π a k jest prostą leżącą w π i zawierającą P to $l \perp k \iff l' \perp k$. % Uwaga: dla uproszczenia możesz założyć, że k i l przechodzą przez P in π , ogólny dowód jest o tyle bardziej kłopotliwy, że trzeba zrozumieć co znaczy, że proste nieprzecinające się są prostopadłe. end{thm}

begin{problem}[(Prasolov, 2.9)] Dowiedź prawdziwości twierdzenia. end{problem}

begin{defn} Prosta l jest styczna do sfery S , jeżeli przecina ona sferę w dokładnie jednym punkcie P . W tej sytuacji promień sfery poprowadzony do punktu P i prosta l są prostopadłe. end{defn}

begin{problem} Prosta l jest styczna do sfery S w P . Uzasadnij, że jest ona styczna do każdego z okręgów zawartych w S i przechodzących przez P . end{problem}

begin{problem} Krawędź AD czworościanu $ABCD$ jest prostopadła do płaszczyzny ABC . Uzasadnij, że rzut wysokości opuszczonej z D w trójkącie BCD na płaszczyznę ABC jest wysokością opuszczoną z A w trójkącie ABC . % Uzasadnij, że rzut ortocentrum ABC na płaszczyznę BCD jest ortocentrum BCD . end{problem}

vspace{1em} Poniższe zadania pochodzą z artykułu Michała Kiezy\url{http://mimuw.edu.pl/delta/artykuly/delta2010-03/2010-03-kacik_przestrzenny.pdf}

begin{thm}[Najmocniejsze twierdzenie stereometrii] Wszystkie odcinki będące stycznymi do sfery wychodzącymi z punktu P mają równe długości. end{thm}

begin{problem} Dowiedź prawdziwości twierdzenia. %begin{proof} % Wybierzmy dowolne dwa odcinki styczne PA i PB . Przecinając sferę płaszczyzną APB otrzymujemy okrąg (lub punkt) a odcinki PA i PB są stycznymi do tego okręgu (lub, w przypadku punktu, pokrywają się), więc mają równe długości. %end{proof}

begin{problem} Sfera S jest styczna do płaszczyzny ABS w S i do płaszczyzny ABT w T . Uzasadnij, że $\triangle ABS \equiv \triangle ABT$. end{problem}

begin{problem} Sfera wpisana w czworościan $ABCD$ jest styczna do ścian ABC i BCD odpowiednio w punktach P i Q . Dowieść, że $\angle BPC = \angle BQC$, (trochę obliczeń) $\angle APB = \angle CQD$. end{problem}

end{document}