



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
%      File: nierownosci-trudniejsze.tex %      Created: Thu Oct 28 02:00 PM 2010 C % Last
Change: Thu Oct 28 02:00 PM 2010 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt
headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol} %
----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{}
newenvironment{proof}[1][Dowód. ]{noindenttextsc{#1}}{nolinebreak[4]hfill$\blacksquare$\par}
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{noindenttextsc{#1}}{hfillpar}
newenvironment{problem}{noindenttextsc{Zadanie}}{hfillpar} defdeg{^{\circ}}
defsource#1{\Źródło: #1} subimport{.}{style} %include{style} begin{document}
section{Alfowanie i denormalizacja} subsection{Grupowanie} begin{enumerate} item
Udowodnij, że dla liczb dodatnich $a,b,c$ zachodzi  $\frac{\sqrt{a^2bc} + \sqrt{ab^2c} + \sqrt{abc^2}}{(a+b+c)^2} \geq \frac{4\sqrt{3}}{(a+b+c)^2}$  source{Koło PTMu - 6 młodzi
grudzień 2006} %odp. grupowanie item Udowodnij, że dla liczb dodatnich $a,b$ zachodzi
 $\frac{a^2+b^2}{ab} + \frac{ab}{a^2+b^2} \geq \frac{5}{2}$  source{Zadania przygotowawcze
do konkursu PTM} %odp. grupowanie item Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich
$a,b,c$ zachodzi  $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} \geq 4\left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}\right)$  %odp. grupowanie source{Pawłowski} end{enumerate}
subsection{Alfowanie} begin{enumerate} item Niech $a,b$ będą liczbami dodatnimi, takimi,
że $a+b = 1$. Udowodnić, że  $\frac{a^2}{a+1} + \frac{b^2}{b+1} \geq \frac{1}{3}$ 
source{Jungary 1996, Hoojoo Lee} %comment: można też z Jensena %przybliżenie wymierne
```

Nierówności dodatkowe 4.11.10

Wpisany przez Joachim Jelisiejew

piątek, 29 października 2010 09:42 - Poprawiony środa, 17 listopada 2010 12:26

item Wykazać, że dla liczb dodatnich a, b, c, d zachodzi nierówność $\frac{a^4}{a^3 + a^2b + b^3} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + c^3} + \frac{c^4}{c^3 + c^2d + d^3} + \frac{d^4}{d^3 + d^2a + a^3} \geq \frac{(a+b+c+d)^3}{3}$ source{Staszic} %przybliżenie wymierne end{enumerate}

subsection{Denormalizacja, nowe horyzonty} begin{enumerate} item Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c zachodzi nierówność Nesbitta $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$ %szacowanie przez $a^{3/2}/\text{suma}$ source{known} item Niech a, b, c będą liczbami rzeczywistymi dodatnimi. Udowodnij, że $\left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + 8bc}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 8ac}} + \frac{c}{\sqrt{c^2 + 8ab}} \right] \geq 1$. end{enumerate} end{document}