



[
Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
%      File: mlodsi.tex %      Created: Tue Apr 23 10:00 AM 2013 C % Last Change: Tue Apr
23 10:00 AM 2013 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm,
textheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem}
setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdftborder={0 0
0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -----
vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full
h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newcommand{HRule}{rule[linewidth]{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm}
stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm}
includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture}
end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center
#1} vskip 1mm small normalfont sc author{\ date{
end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{
vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][[
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}}{ }
pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{\overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{\leqslant}
renewcommand{geq}{\geqslant} renewcommand{dots}{\ldots} defsectionwidth{8cm}
defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{23 kwietnia 2013}
begin{document} section[large Analiza utworu matematycznego na podstawie wybranych
fragmentów ``konkursu PTM" i~dział powiązanych} vspace*{1em} emph{To są ciekawe
```

zadania, bardzo zachęcam do prób rozwiązania oraz (potem!) przeczytania rozwiązań, najlepiej przed PTMem :))

begin{problem}[koresp, 2013] Czy więcej dzielników dodatnich liczby 2013^{2013} kończy się jedynką, czy trójką? Odpowiedź uzasadnij. end{problem}

begin{problem}[koresp, 2013] Liczby rzeczywiste a, b, c, x, y, z spełniają równania $a^2 + b^2 + c^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Uzasadnij, że $[a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z] \leq 1$. end{problem}

begin{problem}[koresp, 2013] Nora krecika składa się z 25 kopczyków połączonych tunelami. Z każdego z kopczyków wychodzą tunele prowadzące do dwunastu innych kopczyków (tunele nie przecinają się). Uzasadnij, że krecik może przejść pomiędzy dowolnymi dwoma kopczykami nie wychodząc na powierzchnię. end{problem}

begin{problem}[kl. I, 2012] Współczynniki rzeczywiste a, b, c trójmianu $ax^2 + bx + c$ spełniają zależność $\frac{a}{3} + \frac{b}{2} + c = 0$. Udowodnić, że jeśli $a \neq 0$, to równanie $ax^2 + bx + c = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste. end{problem}

vspace{3em} begin{problem}[kl. I, 2011] Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite x, y takie, że $4x + (x+1)^2 = y^2$. end{problem}

begin{problem}[kl. I, 2013] Dany jest okrąg $\textcircled{o}$ z zaznaczonym środkiem S . Udowodnić, że za pomocą cyrkla i linijki można koło ograniczone okręgiem $\textcircled{o}$ podzielić na siedem części o równych polach. end{problem}

begin{problem}[kl. I, 2011] W sześciokącie wypukłym $ABCDEF$ wpisanym w okrąg zachodzą równości: $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$. Udowodnić, że przekątne AD , BE , CF tego sześciokąta przecinają się w jednym punkcie. end{problem}

begin{problem}[kl. I, 2012] Udowodnić, że z nieskończonego ciągu liczb naturalnych $[1, 11, 111, 1111, 11111, \dots]$ którego n -ty wyraz jest równy $\underbrace{11\dots1}_n$, można wybrać nieskończenie wiele różnych wyrazów, z których każde dwa są liczbami względnie pierwszymi. vskip3mm noindent Uwaga. emph{Liczby całkowite a i b nazywamy względnie pierwszymi, jeżeli jedyną liczbą naturalną dzielącą a i b jest 1 .} end{problem} end{document}