



IV zadanie domowe

KÓŁKO ILO BIAŁYSTOK
NA 17 STYCZNIA

Mam nadzieję, że tym razem dokładniej opisane definicje.

ZADANIE 1

Czwórka do brydża to cztery osoby z których każda chce grać z każdą inną z czwórki.

Okazało się, że w gronie 20 osób nie udało się znaleźć czwórki do brydża, wobec czego Yogi, zniechęcony, powiedział “Na pewno za to znajdują się cztery osoby, z których żadna nie chce grać z żadną inną”.

Udowodnij, że Yogi miał rację.

Rozwiązanie.

1. Chcemy wykazać, że wśród 20 osób istnieje czwórka parami chętnych do gry lub czwórka niechętna. Ogólnie: zamiast 4 (parami chętne) i 4 (parami niechętna) możemy wziąć r i s . Niech $R(r, s)$ — najmniejsza liczba osób taka, że wystąpi r osób parami chętnych lub s parami niechętnych. Chcemy $R(4, 4) \leq 20$.
2. Jakież warunki początkowe: $R(2, s), R(s, 2)$.
3. Chcemy udowodnić, że $R(r, s) \leq R(r - 1, s) + R(r, s - 1)$, stąd teza przez kolejne oszacowania.
4. Wybierzmy dowolną A osobę i rozważmy liczbę d osób, “z którymi jest chętna”. Pokazać $d \geq R(r - 1, s)$ lub $r - 1 - d \geq R(r, s - 1)$.
5. W pierwszym przypadku rozważyć osoby “ chętne z A ”; pokazać, że z nich da się wybrać $r - 1$ chętnych lub s niechętnych; pokazać, że łącznie da się wybrać r chętnych lub s niechętnych.
6. Pokazać to samo w drugim przypadku.
7. Wartości $R(5, 5)$ oraz $R(6, 6)$ nie są znane dokładnie, domniemywa się, że wartość $R(6, 6)$ może nie być poznana nigdy; w każdym razie za obliczenie którejkolwiek z nich jest sporo zaszczytów i spore wynagrodzenie.