



# Powtórka nieco kombinująca

KÓŁKO I LO BIAŁYSTOK  
15 LISTOPADA 2013

---

## 1.1 Nieco nietrudniejsze

### ZADANIE 1

Na jednym z pól szachownicy  $8 \times 8$  wpisano 0 a na pozostałych jedynki. W jednym ruchu możemy wybrać wiersz lub kolumnę i zamienić w każdym polu zero na jedynkę, a jedynkę na zero. Uzasadnij, że nie możemy w ten sposób otrzymać tablicy złożonej z samych jedynek.

### ZADANIE 2

Wyznacz wszystkie nieparzyste liczby naturalne  $n$  takie, że  $n^2$  nie dzieli  $(n-1)!$ .

## 1.2 Nieco niełatwiejsze

### ZADANIE 3

Na jednym z pól szachownicy  $7 \times 7$  wpisano 0 a na pozostałych jedynki. W jednym ruchu możemy wybrać wiersz lub kolumnę i zamienić w każdym polu zero na jedynkę, a jedynkę na zero. Uzasadnij, że nie możemy w ten sposób otrzymać tablicy złożonej z samych jedynek.

### ZADANIE 4

Dane są parami różne liczby dodatnie  $a_1, \dots, a_n$ . Z tych liczb tworzymy wszystkie możliwe sumy (bez powtórzeń) z dowolną (od 1 do  $n$ ) liczbą składników. Wykaż, że uzyskamy w ten sposób co najmniej  $\binom{n+1}{2}$  parami różnych liczb. Czy to oszacowanie da się poprawić?

### ZADANIE 5

Szachownica  $6 \times 6$  została pokryta osiemnastoma kostkami domino (rozmiaru  $1 \times 2$ ). Wykazać, że szachownicę można podzielić dwie części linią poziomą lub pionową nieprzecinającą wnętrza żadnej z kostek domino.