<no-name>

kółko I LO Białystok
10 stycznia 2013

Zadanie 1 klasyka
Liczby rzeczywiste x, y, z spełniają układ równań

$$x + y + z = 6, \quad xy + yz + zx = 11, \quad xyz = 6.$$

Oblicz te liczby.

Zadanie 2
Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste a, dla których wielomiany

$$f(x) = x^5 + ax^3 + x^2 + 1 \quad \text{oraz} \quad g(x) = x^4 + ax^2 + x + 1$$

mają wspólny pierwiastek.

Zadanie 3
Wielomiany P, Q, R są takie, że $Q(P(x)) = R(P(x))$ dla wszystkich x. Uzasadnij, że P jest stały lub Q i R są równe.

Zadanie 4
Wielomian o współczynnikach rzeczywistych $x^n + a_{n-3}x^{n-3} + \ldots + a_0$ ma n pierwiastków rzeczywistych. Oblicz jego współczynniki.

Zadanie 5 grudniowe kółko PG
Wielomian $w(x)$ ma współczynniki całkowite oraz $|w(p)| = |w(q)| = 1$ dla liczb całkowitych $p < q$. Uzasadnij, że jeśli a jest pierwiastkiem wymiernym w, to $a = (p+q)/2$. Czy teza zadania pozostanie prawdziwa bez założenia, że w ma współczynniki całkowite?