Gry zespołowe

kółko I LO Białystok
26 marca 2013

Przykład

Zadanie 1
Na tablicy jest 10 nierozwiązanych zadań. Ruch w “Rozwal zadanie!” polega na rozwiązaniu jednego, dwóch lub trzech z nich. Wygrywa ten, kto rozwiąże ostatnie zadanie. Jeżeli Magda i Marysia wykonują ruchy naprzemiennie, przy czym zaczyna Magda, to która z nich ma strategię wygrywającą?

Zadania drużynowe

Zadanie 2
Na tablicy napisane są liczby $1, 2, \ldots, 65535$. Szymon i Przemek wykonują ruchy naprzemiennie. W jednym ruchu gracz wykreśla pewną liczbę oraz wszystkie jej dzielniki. Wygrywa ten gracz, który wykreśli wszystkie liczby. Zaczyna Szymon. Powiedz, czy przy optymalnej grze obu graczy Przemek może wygrać?

Zadanie 3 PTM 06
Liczby rzeczywiste a i b są takie, że równanie $x^2 + ax + b$ ma dwa niezerowe pierwiastki będące liczbami całkowitymi. Rozstrzygnąć, czy $a^2 + (b-1)^2$ może być liczbą pierwszą?

Zadanie 4 prawie z Proserw
Karolina i Ania grają w następującą grę: na tablicy napisana jest liczba 2. W każdym ruchu gracz ściera dotychczas napisaną liczbę x i zapisuje nową liczbę całkowitą $x + y$, gdzie y jest wybraną przez niego liczbą całkowitą dodatnią nie większą od x. Zaczyna Karolina. Wygrywa gracz, który uzyska wynik n. Który z graczy może zawsze zwyciężyć, jeżeli

1. $n = 10$,
2. $n = 4095$?

Zadanie 5 PTM 04
Niech $n > 1$ będzie liczbą naturalną. Dla dowolnego niepustego podzbioru X zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$ oznaczmy przez $m(X)$ sumę najmniejszej i największej liczby należącego do zbioru X. Niech S będzie sumą wszystkich liczb $m(X)$, gdzie $X \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ (tzn. X przebiega wszystkie niepuste podzbiory zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$). Wykazać, że liczba S jest podzielna przez $n + 1$.

Uwaga: $m(\{k\}) = k + k = 2k$.