



Elimki elimki

Eliminacje trwają 2h. Nie spodziewam się, że wszyscy zrobią po 4 zadania w tak krótkim czasie – rzuciłem aż cztery, żeby każdy znalazł coś dla siebie.

1. Liczby x, y, z, t są rzeczywiste dodatnie. Uzasadnić, że

(a) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 2xy} < x + \sqrt{y^2 + z^2}$

(b) $\sqrt{x^2 + z^2} < \sqrt{x^2 + t^2} + \sqrt{t^2 + y^2} + \sqrt{y^2 + z^2}$

2. Znaleźć wszystkie pary (a, b) liczb całkowitych, takich, że

dla każdej niezerowej liczby całkowitej x liczba $x^2 + ax + b$ jest pierwsza.

3. W trójkacie ostrokątnym ABC kąt przy wierzchołku C ma miarę 45° oraz $|AB| = 1$. Punkty D, E leżą na bokach BC, AC odpowiednio, oraz $AD \perp BC$, $BE \perp AC$. Obliczyć $|DE|$, odpowiedź uzasadnić.

4. Wykazać, że istnieje liczba postaci $11 \dots 1$ podzielna przez 7052010705201 .